Electrotechnique

BSISSA Abdessalem

Université virtuelle de tunis

2006

Introduction

Ce module porte sur l'électrotechnique. Il couvre plus spécifiquement :

- Les machines à courant continu.
- Les transformateurs.

Le module s'adresse d'abord aux étudiants en deuxième semestre de formation des ISET. Il s'inscrit dans le programme du Diplôme de Technicien Supérieur en Génie électrique (option: électricité industrielle et électronique).

Ce « Guide d'étude » a pour objectif de vous préparer à suivre le cours. Il définit en quelque sorte un mode d'emploi, non seulement pour le matériel didactique du cours, mais aussi pour le cheminement que vous devez adopter et les différentes exigences auxquelles vous devez répondre.

Bonne lecture et bon cours!

MACHINES A COURANT CONTINU

CHAPITRE 1

ETUDES PRELIMINAIRES

I.1. Généralités.

- **Génératrice**

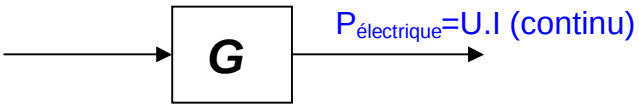


Figure 1.1

La génératrice transforme l'énergie mécanique en énergie électrique à tension et courant continu.

- **Moteur**

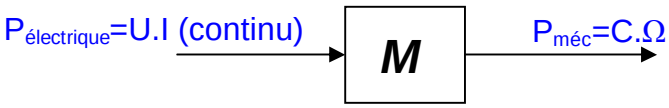


Figure 1.2

Inversement, le moteur est alimenté par une tension continue et fournie de l'énergie mécanique. En conclusion les machines à courant continu sont réversibles.

I.2. Description générale

Une machine à courant continu se décompose en deux parties principales :

- L'une fixe, appelée **inducteur** est un électro-aimant
- L'autre mobile, appelée **induit**

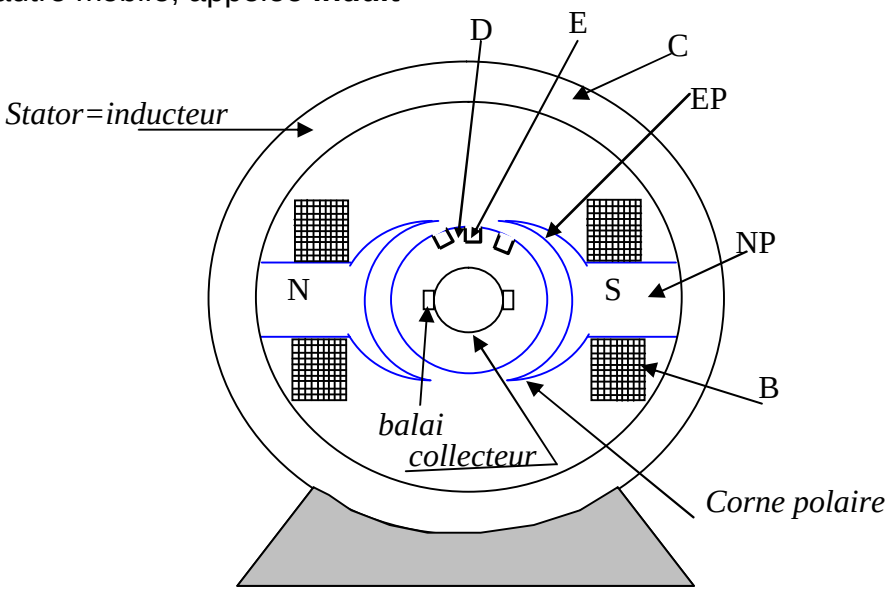


Figure 1.3

I.2.1. Inducteur

Il est constitué par :

- Une culasse en acier coulé (C), c'est la carcasse de la machine
- Deux pôles principaux (P), composé chacun du noyau polaire (NP) et de l'épanouissement polaire (EP)
- Les bobines (B) inductrices qui sont placées autour des pôles. Leurs ampères-tours produisent le flux, ces bobines sont en série et bobinées de façon à obtenir les deux pôles Nord et Sud.

I.2.2. Induit

Il est feuilleté ; pour réduire les pertes par hystérisis et par courant de Foucault. Sur sa périphérie on a découpé des encoches (E) dans les quelles viendrons seloger les conducteurs de l'induit. Le morceau de tôle restant entre deux encoches s'appelle une dent (D).

- **Collecteur :** Placé à l'extrémité de l'induit et calé sur le même arbre, il est formé de lames de cuivre isolées entre elles. A l'arrière de la lame se trouve une ailette dans laquelle sont soudées l'entrée d'une section de bobinage et la sortie d'une autre.
- **Balais :** Fixés sur l'inducteur par l'intermédiaire de porte-balais, ils sont en carbonne et frottent sur le collecteur pour permettre d'accéder à la tension aux bornes de l'induit.

I.3. Etude de l'inducteur

I.3.1. Rôle

Créer le flux nécessaire à la rotetion de la machine

I.3.2. Distribution du flux

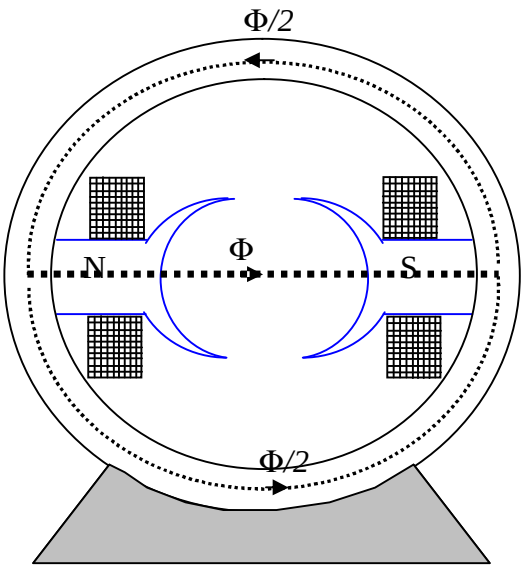


Figure 1.4

Le flux sort du pôle Nord, s'épanouit un peut dans l'entrefer, traverse l'induit et entre dans le pôle Sud. Il retourne au pôle Nord par les deux demis-culasses. Le flux dans la culasse est donc égal à la moitié du flux sous un pôle. La perpendiculaire à l'axe des pôles est appelée ligne neutre (ln).

§ **Allure de l'induction dans l'entrefer**

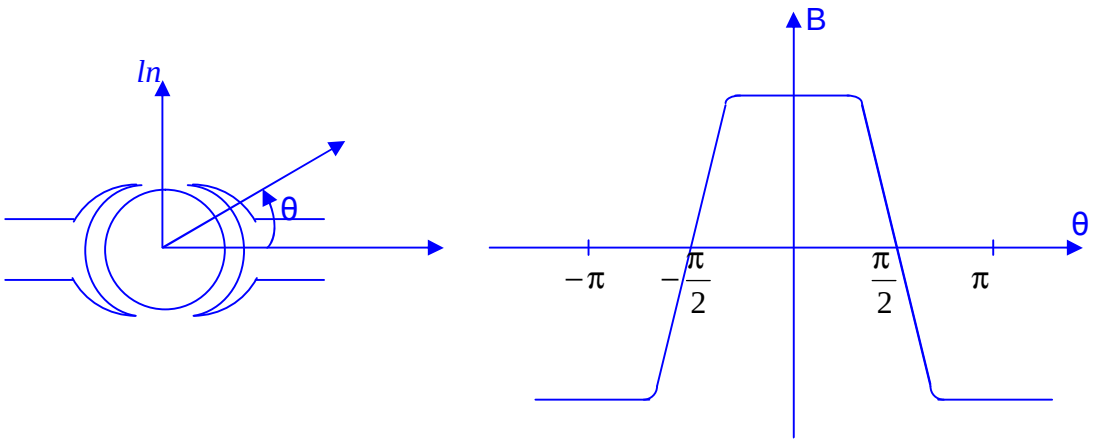


Figure 1.5

Les épanouissements polaires ne sont pas tout à fait concentriques à l'induit, l'entreferest plus large sous les cornes polaires, les lignes de force y sont moins serrées et l'induction décroît quand on va de l'axe des pôles vers les extrémités. Elle est nulle sur la ligne neutre.

I.4. Etude de l'induit

I.4.1. Principe

Le but à atteindre consiste à mettre en série le sf.e.m des conducteurs, pour cela un conducteur placé sous l'influence d'un pôle ne doit être relié qu'à un conducteur situé sous l'influence d'un pôle opposé. D'autre part les conducteurs logent par faisceaux dans les encoches, la généralisation de ce principe permet de dire que les conducteurs d'une encoche sous l'influence d'un pôle ne peuvent être reliés qu'a des conducteurs d'une encoches situé sous un pôle opposé. La mise en série des ces encoches réalise ce qu'on appelle des sections.

I.4.2. Schéma équivalent de l'induit

- Les conducteurs sous un pôle sont le siège d'une f.e.m dans le même sens, en passant l'axe interpolaire la f.e.m change de sens.
- Le bobinage est fermé sur lui-même, toute les f.e.m sont en série et l'induit est équivalent électriquement à :

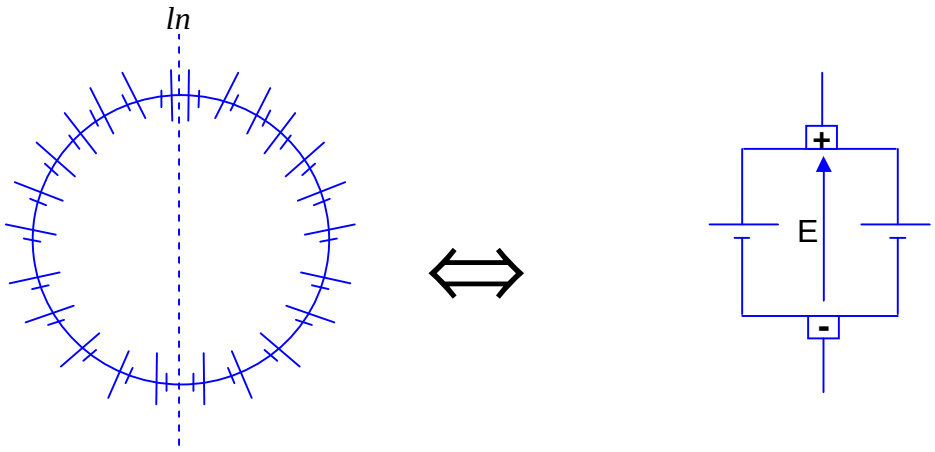


Figure 1.6

Entre les deux balais on a le maximum de tension.

I.4.3. Influence du système balais-collecteur

On accède à la tension au borne de l'induit par l'intermédiaire du système balais-collecteur.

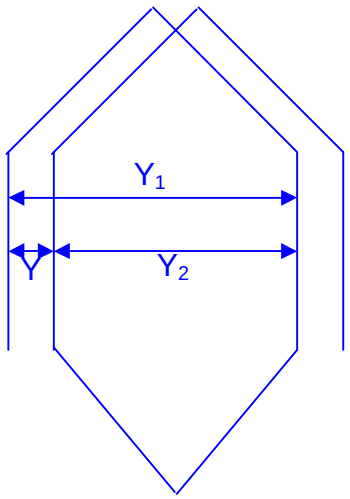
- Lorsque l'induit tourne la f.e.m entre balais ne varie pas car l'induit présente une symétrie parfaite quel que soit sa position (f.e.m constante).
- La répartition de la f.e.m dans l'entrefer, montre que la f.e.m par conducteur est alternative.

En conclusion le système balais-collecteur joue le rôle d'un redresseur mécanique.

I.4.4. Type de bobinages

Dans le cas général, il existe deux types de bobinage.

- Bobinage imbriqué



$Y = Y_1 - Y_2$

Figure 1.7

- Bobinage ondulé

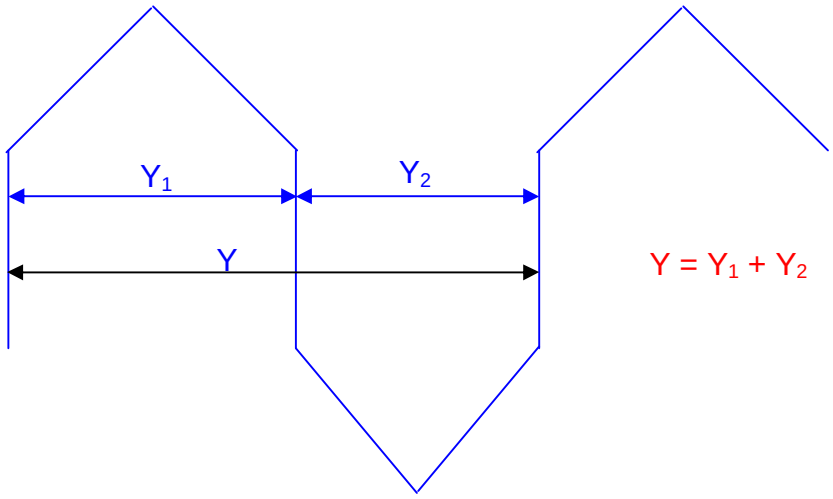


Figure 1.8

I.4.5. Voie d'enroulement

C'est la partie de bobinage comprise entre deux balais. Le nombre de voie d'enroulement est toujours paire, on le note par **2a** (a désigne le nombre de paire de voies d'enroulement).

Exp: 2a=4

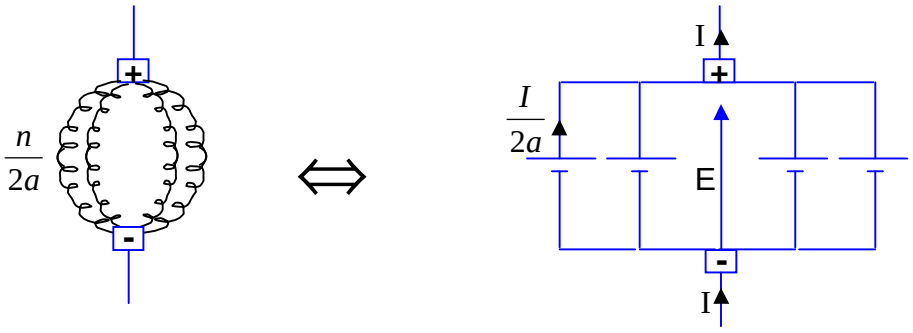


Figure 1.9

La tension développée entre les deux balais est celle aux bornes d'une voie d'enroulement, par contre le courant traversant chaque voie est $\frac{I}{2.a}$. C'est aussi le courant traversant chaque conducteur.

I.5 Fonctionnement à vide

On schématise une machine à courant continu de la manière suivante :

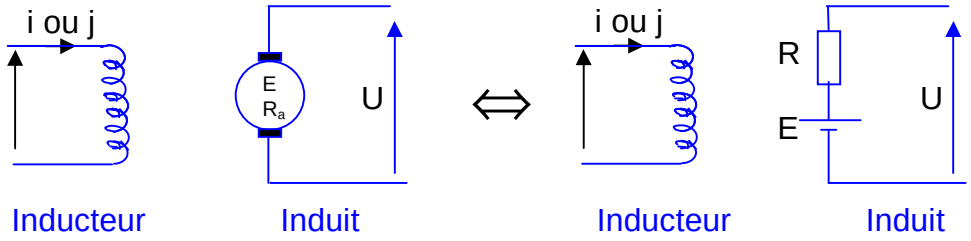


Figure 1.10

I.5.1. Expression de la f.e.m

La f.e.m par conducteur peut s'écrire sous la forme suivante :

$e = \frac{\phi}{t}$ ou Φ est le flux par pôle.

- Si **n**(tr/s) est la vitesse des conducteurs de l'induit et si la machine est bipolaire (2P=2) :

1s → n(tr/s)
t → 1 tr
donc t = $\frac{1}{n}$ (s)

$\frac{1}{n}$ est le temps mis pour faire un tour

$\frac{1}{2.n}$ est le temps mis pour faire ½ tour, c'est aussi le temps mis pour couper le flux crée par l'inducteur, c'est donc le flux par pôle :

$$e = \frac{\phi}{t} = \frac{\phi}{\frac{1}{2.n}} = 2.n.\phi$$

La f.e.m aux bornes de la génératrice **E** est naturellement la f.e.m aux bornes d'une voie d'enroulement.

$$\Leftrightarrow E = \frac{N}{2.a}.e = \frac{N}{2.a}.2.n.\phi = \frac{N}{a}.n.\phi$$

- Pour une machine multipolaire (2P)

Le temps nécessaire pour couper le flux par pôle est :

$$t = \frac{1}{2.P.n}$$

ce qui donne :

$$e = \frac{\phi}{\frac{1}{2.P.n}} = 2.P.n.\phi \qquad n : \textit{vitese en } tr/s$$

soit encore :

$$E = \frac{N}{2.a}.e = \frac{N}{2.a}.2.P.n.\phi = \frac{P}{a}.N.n.\phi \qquad P : \textit{nombre de paires de poles}$$

Soit finalement :

- En exprimant la vitesse en tr/s on obtient
  $E = \frac{P}{a}.N.n.\phi$
- Ex exprimant la vitesse en tr/mn on obtient
  $E = \frac{P}{a}.n.\frac{N}{60}.\phi$
- En exprimant la vitesse en rd/s on obtient
  $E = \frac{P}{a}.n.\frac{\Omega}{2.\pi}.\phi$

  $E = k.\Omega.\phi \qquad avec \quad k = \frac{1}{2.\pi}.\frac{P}{a}.n \;\; ; \Omega \textit{ en } rd/s$

I.6 Fonctionnement en charge (I ≠ 0)

La génératrice débite sur une charge, si I est le courant de charge délivré par la génératrice, alors $\frac{I}{2.a}$ est le courant traversant réellement les conducteurs de l'induit, on s'ocupera dans la suite :

- De l'influence du champ crée par les conducteurs de l'induit, phénomène connu sous le nom de réaction magnétique d'induit.
- Du passage des conducteurs par la ligne interpolaire qui se traduit par l'inversion du courant dans les conducteurs, ce phénomène est connu sous le nom de phénomène de commutation.
- De l'expression du couple électromagnétique développé par la machine.

I.6.1 Réaction magnétique d'induit

La f.e.m aux bornes de l'induit dépend du flux résultant, ce dernier est le résultat de la somme du flux inducteur et du flux induit. Dans une première étape on négligera la saturation du fer ce qui nous permet d'utiliser le principe de superposition.

a. Inducteur seul

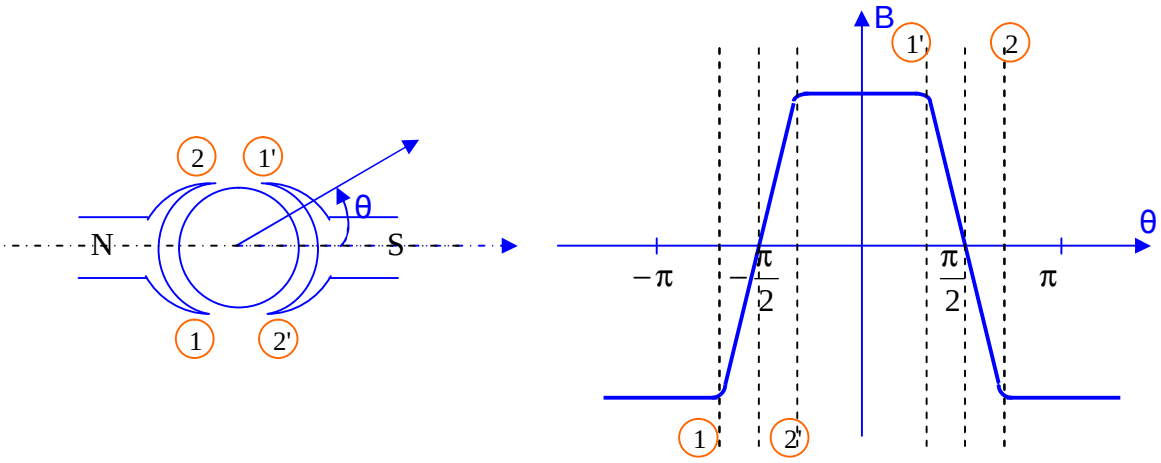


Figure 1.11

b. Induit seul

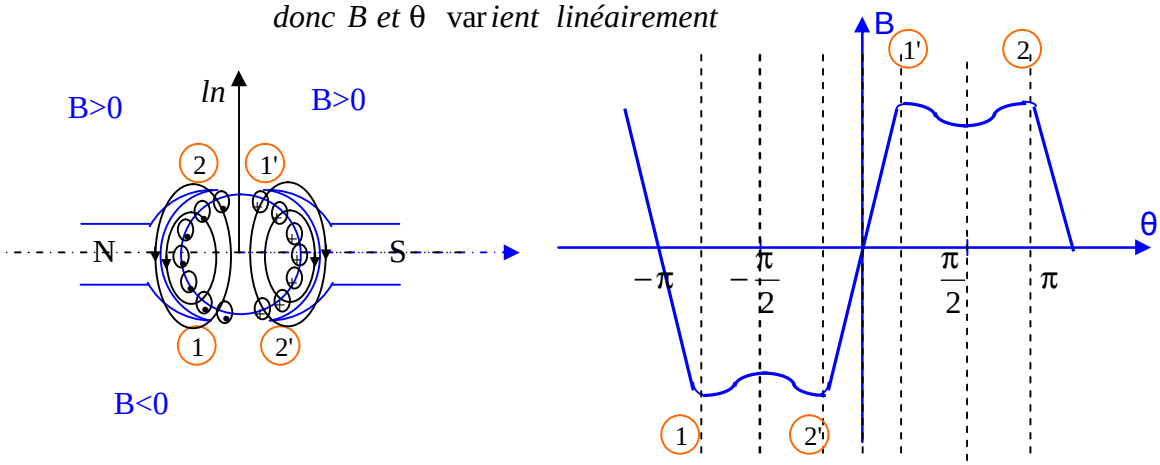
Supposons que tous les conducteurs sont **linéairement** répartis sur la périphérie de l'induit : $n(\theta)=\lambda\theta$ ($n(\theta)$ représente le nombre de conducteur compris dans l'angle(θ)

D'après le théorème d'ampère, on a : $\oint Hdl = N.i$

Soit $H.2.e = n(\theta).\dfrac{I}{2.a}$

Ce qui donne : $H=\dfrac{I.\lambda}{2a.2e}.\theta$ $\quad ou\ B=\mu_0.H=\mu_0\dfrac{I.\lambda}{2a.2e}.\theta \Leftrightarrow B=\lambda'.\theta$

$donc\ B\ et\ \theta\ \ \text{var}\,ient\ \ linéairement$



Dès qu'on dépasse l'EP l'entrefer augmente, donc B diminue.

Figure 1.12

c. Induit et inducteur

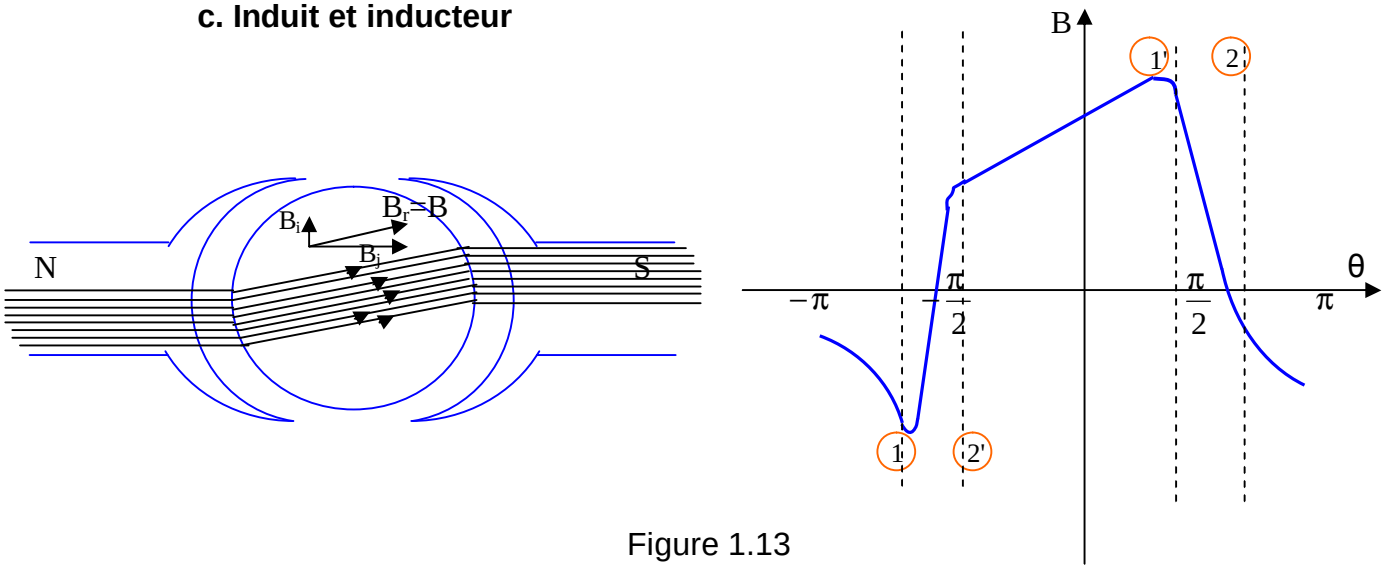


Figure 1.13

- Dans les zones (1) et (1') les champs sont additifs ($\vec{B}_r = \vec{B}_j + \vec{B}_I$) $\Rightarrow$ il y a augmentation du champ.
- Dans le zones (2) et (2') les champs sont soustractifs ($\vec{B}_r = \vec{B}_j - \vec{B}_I$) $\Rightarrow$ il y a diminution du champ.

Ce ci entraîne :

- Une déformation de la forme du spectre du champ dans la machine
- Un décalage de la ligne neutre magnétique $\Rightarrow$ l'axe interpolaire ne représente plus la ligne neutre, cette dernière est décalée dans le sens de rotation.
- Une diminution de la f.e.m aux bornes des balais, si on les gardent sur l'axe interpolaire.

d. Influence de la saturation

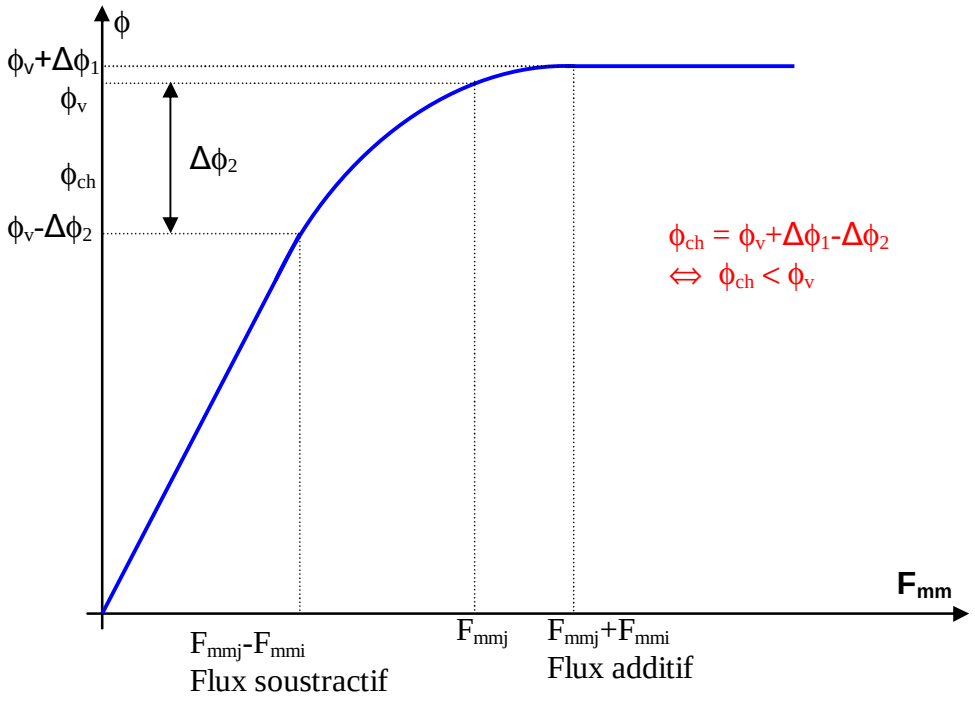


Figure 1.14

Dans le cas où on tient compte de la saturation, il y a une diminution supplémentaire du flux dans la machine. En effet, les machines électriques sont conçues pour travailler dans la zone de saturation de la courbe d'aimantation B=f(H) ou ϕ=f(F.m.m). Le flux résultant est : $\phi_{ch} = \phi_v + \Delta_{\Phi 1} - \Delta_{\phi 2}$ comme $\Delta_{\phi 2}$ est supèrieur à $\Delta_{\Phi 1}$, donc le flux total diminue.
D'ou en déduit qu'il y a une double cause de la diminution de la f.e.m :

- Celle due au décalage de la ligne neutre.
- Celle due à la diminution du flux due à la saturation.

Conclusion

Le flux en charge est inférieur aux flux à vide, ce qui donne : $\phi_v - \phi_{ch} = \Delta\phi(I)$ soit encore : $K\Omega\phi_v - K\Omega\phi_{ch} = K\Omega\Delta\phi(I)$
Soit finalement : $\mathbf{E_v - E_{ch} = \varepsilon(I)}$

I.6.2 Commutation

a. définition : c'est l'ensemble des phénomènes qui accompagnent l'inversion du sens du courant dans la section d'induit en contact avec un balai.

b. Différentes phases de commutation

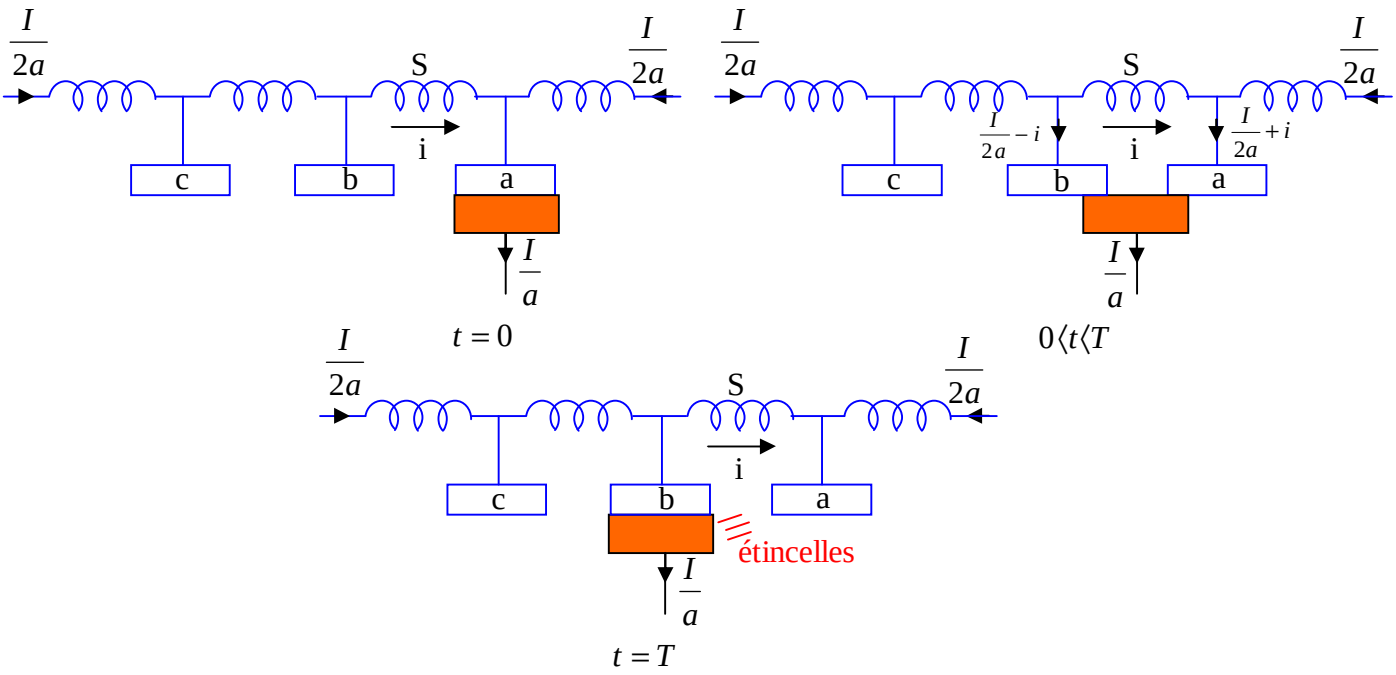


Figure 1.15

2a voies d'enroulement
i : courant traversant la section de commutation
Soit **T** le temps mis par le balai pour passer de la lame **a** à la lame **b** (on considère que les dimensions d'un balai sont égales à celle d'une lame ; commutation simple).

- **Problème**

A t=0 $i = \frac{I}{2a}$

A t=T $i \neq -\frac{I}{2.a}$

En effet la variation du courant i de $\frac{I}{2a}$ à -$\frac{I}{2a}$ doit se faire en réalité après $\tau = \frac{L}{r}$

avec :

- τ : constante du temps
- r : résistance de la section S
- L : inductance de la section S

Comme τ est différente de T (T variable avec la vitesse) τ≠T.

A t = T , $i \neq -\frac{I}{2.a}$ d'ou présence des étincelles au niveau des balais.

- **Remède**

Le passage du balai d'une lame à une autre engendre l'inversion du courant dans la section en question, cette inversion produit une f.e.m auto-induite de commutation. Pour compenser cette dernière, on place deux pôles auxiliaires de commutation en série avec l'induit.

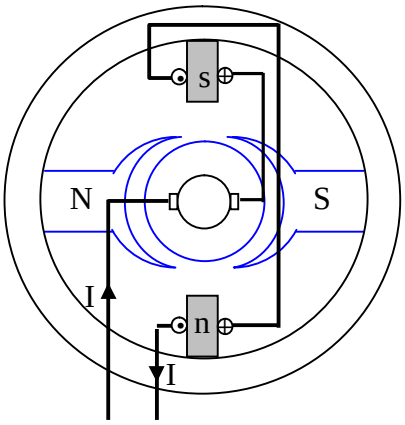


Figure 1.16

I.6.3 Expression du couple électromagnétique

$$P = C.\Omega \Rightarrow C = \frac{P}{\Omega}$$

$$P = E_{ch}.I \quad ; \quad E_{ch} = k.\Omega.\phi_{ch}$$

P :la puisance totale développée par la génératrice

$$C = \frac{k.\Omega.\phi_{ch}.I}{\Omega} = k.\phi_{ch}.I$$

$$C = k.\phi_{ch}.I$$

CHAPITRE 2

FONCTIONNEMENT EN MODE GENERATEUR

I. Introduction :

Les machines à courant continu sont essentiellement destinées à fonctionner en moteur ; la génératrice en tant que machine a été totalement supplantée part les dispositifs électroniques statiques réalisant la conversion :

Courants alternatifs → courant continu

Cependant il est nécessaire de connaître le fonctionnement en générateur des machines à courant continu pour deux raisons :

1. pour comprendre parfaitement le fonctionnement en moteur, il faut avoir assimilé le fonctionnement en générateur.
2. dans les installations industrielles, de nombreux moteurs fonctionnent momentanément, au cours de leurs processus, en génératrice, afin de freiner la charge accouplée sur leur arbre ; c'est le cas de la traction électrique ou encore des engins de levage.

Principe de fonctionnement

Le principe de fonctionnement de la génératrice à courant continu obéit à la loi de **FARADAY** à savoir tout conducteur se déplaçant dans un champ magnétique est le siège d'une f.e.m. induite.

II. Caractéristiques usuelles

II.1. *caractéristique à vide :*

Par définition le fonctionnement est dit à vide lorsque **l'induit de la machine est ouvert, donc I=0,** d'où excitation indépendante quelque soit l'enroulement En fait on branche un voltmètre au borne de l'induit (E_v) et un ampèremètre en série avec l'inducteur (j).

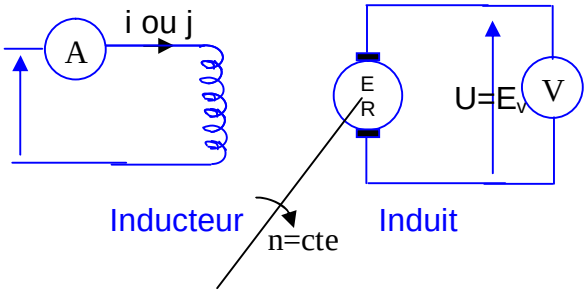


figure 2.1

Pour que la f.e.m E_v existe, il faut :

- § que le rotor tourne, donc que la machine soit entraînée à une fréquence de rotation n(tr/s) constante par un moteur auxiliaire.
- § Qu'un champ magnétique existe le long de l'entrefer, donc que l'enroulement inducteur soit alimenté par une source auxiliaire.

On obtient la caractéristique à vide E_v=f(j) à n=cte représenté sur la figure suivante.

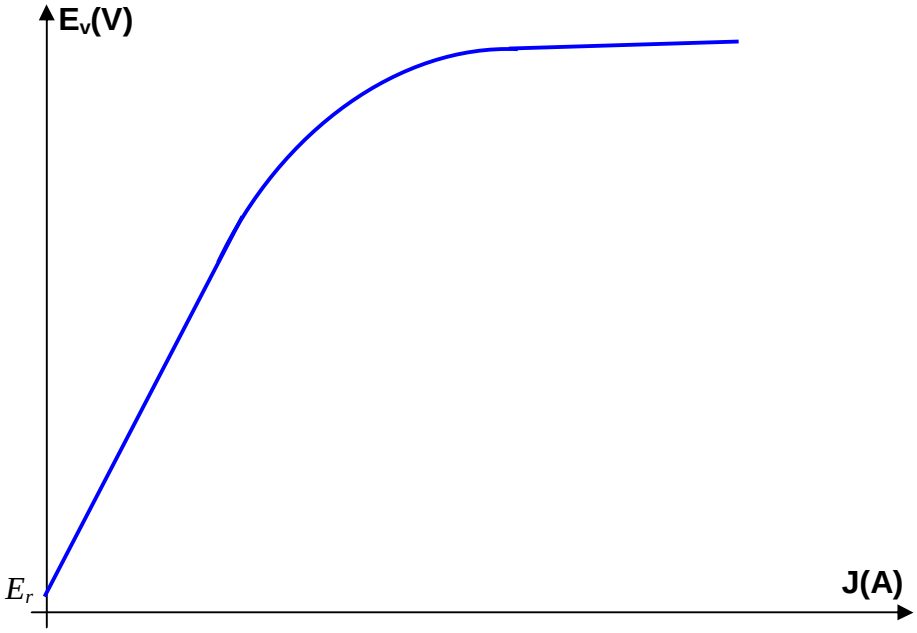


Figure 2.2

***a.** interprétation*

On sait que la f.e.m induite E a pour expression : $E = \frac{P}{a}.N.n.\phi$

Comme la fréquence de rotation est maintenue constante, E est proportionnel aux flux utile Φ. Donc la caractéristique à vide n'est autre que la caractéristique de **magnétisation** j → Φ du circuit magnétique de la machine.
Lorsque j=0, le champ magnétique le long de l'entrefer n'est pas rigoureusement nul par suite de la rémanence du circuit magnétique : il en résulte une valeur faible mais non nulle pour la f.e.m E_v .

b. influence de la fréquence de rotation n

Si j est constante et on entraîne désormais la machine à une fréquence de rotation n variable on vérifie alors que la f.e.m est proportionnelle à n.
En effet

J=cte $\Rightarrow$ Φ = cte $\Rightarrow$ $E = (\frac{P}{a}.N.\phi).n$

Il est ainsi possible de construire les caractéristiques à vide d'une machine pour diverses valeurs de n.

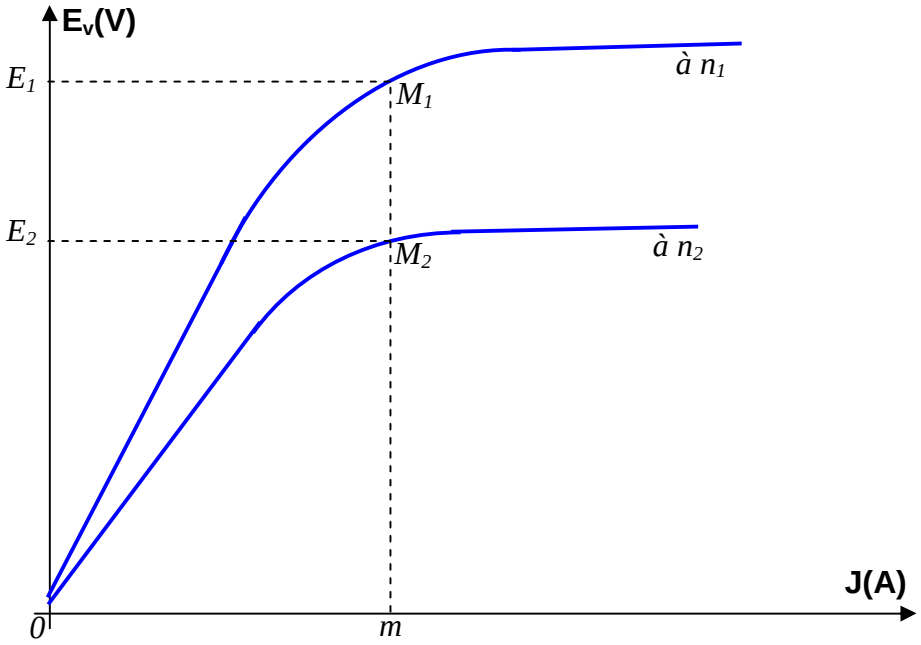


Figure 2.3

Si pour un même courant j (représenté par l'abscisse om), E_1 et E_2 sont les f.e.m correspondant aux fréquences de rotation n_1 et n_2 on a :

$$E_1 = (\frac{P}{a}.N.\phi).n_1$$
$$E_2 = (\frac{P}{a}.N.\phi).n_2$$
$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{mM_1}{mM_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

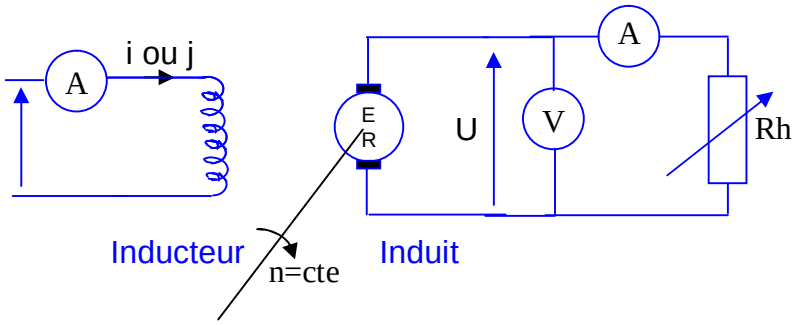
$$E_2 = E_1 \frac{n_2}{n_1}$$

II.2. marche en charge :

Considérons le cas d'une machine dont l'excitation est indépendante : une source lui fournit un courant inducteur j tandis que le moteur auxiliaire l'entraîne à la fréquence de rotation constante n.

a. Caractéristique en charge (externe)

C'est la caractéristique U=f(I) à j=cte et n=cte.



Avantage : variation indépendante de j .Inconvénient : emploi d'une source auxiliaire.

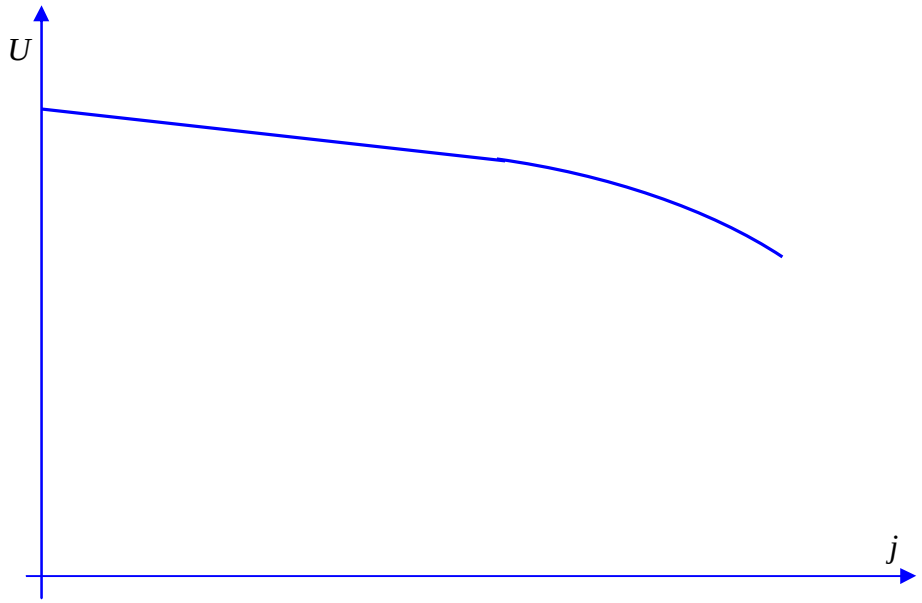


Figure 2.4

U=f(I) à n=cte et j=cte
$U = E_{ch}(I,j) - R_a.I$
$= E_v(j) - \varepsilon(I) - R_a.I$
$= E_v(j) - h(I)$; $h(I) = \varepsilon(I) + R_a.I$
j=cte , $E_v(j)$=cte
$h(I) = E_v(j) - U$

ε(I) n'apparaît généralement que pour les forts courants. Ayant une courbe U=f(I) à n_1 peut on déduire celle à n_2 ? à même courant j :

à $n_1 \rightarrow U = Ev_1(j) - h_1(I)$

à $n_2 \rightarrow U = Ev_2(j) - h_2(I)$

Déterminer $U = f(I)$ à n_2

$Ev_2(j) = ?$

puisque $j = cte \rightarrow Ev_2(j) = Ev1(j) \frac{n_2}{n_1}$

$h_2(I) = \varepsilon_2(I) + RaI$

$h_1(I) = \varepsilon_1(I) + RaI$

$\varepsilon(I) = k\omega\Delta\phi(I)$

$R_a I$ indépendante de la vitesse.

$\varepsilon(I) = kn\Delta\phi(I)$ dépend de la vitesse.

à même flux $\Delta\phi(I)$ c'est à dire à même courant I on à :

$\varepsilon_2(I) = \varepsilon_1(I).\frac{n_2}{n_1}$.

à $I = cte \rightarrow \varepsilon_2(I) = \varepsilon_1(I)\frac{n_2}{n_1}$

La construction peut se faire point par point par rapport à I.

b. Caractéristique de réglage

j=f(I) ou I=f(j) caractéristique de réglage à **n=cte** et **U=cte**.

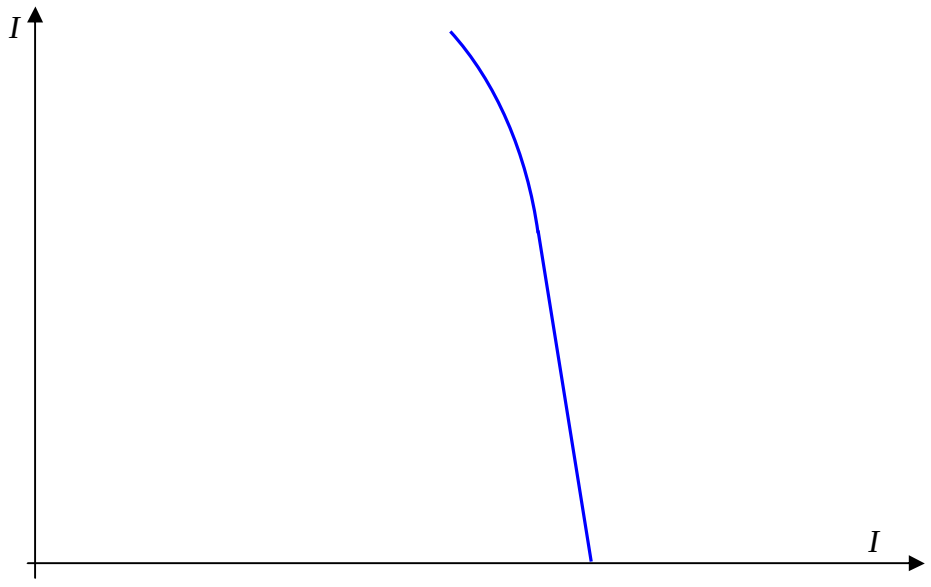


Figure 2.5

I augante → h(I) augante , si j=cte c'est à dire E_v(j)=cte alors U diminue
I varie, h(I) varie, si j varie donc E_v(j) varie, il est possible de garder U=cte
I = f(j) à w=cte et U=cte
On se donne $U=U_0=E_v(j)-h(I)$

On se donne I et on cherche j tel que $U=U_0$=cte
$E_v(j) = U_0 + h(I)$
Pour determiner I=f(j) il faut avoir h=f(I) et E_v=f(j) à la même vitesse

$$Ev(j) = U_0 + h(I)$$
$$I \rightarrow h(I) \rightarrow Ev(j) = U_0 + h(I) \rightarrow j$$
$$\downarrow _____ \uparrow$$

II.3. Divers modes d'excitation

Les différents modes d'excitation sont :
- Excitation indépendante (séparée).
- Excitation shunt
- Excitation série
- Excitation compound long dérivation
- Excitation compound courte dérivation

III. Excitation shunt :

shunt, parallèle, dérivation.

III.1. Existence :

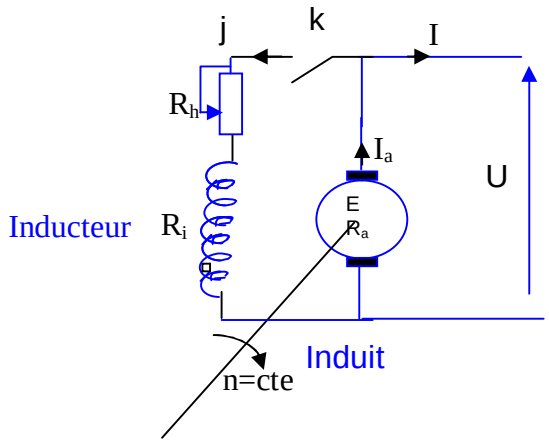


figure 2.6

On distingue alors les cas suivants :

a) La machine ne contient aucun rémanent, la f.e.m aux bornes de l'induit demeure nul, avant et après la fermeture de l'interrupteur k, il ne se passe donc rien.

b) $\phi r \neq 0$ la f.e.m aux bornes avant la fermeture de k est **Er**, lorsqu'on ferme k la f.e.m **Er** va débiter un courant **j** dans l'inducteur. Ce dernier à son tour va créer un flux $\phi(j)$ dans les pôles.
Alors deux cas sont possibles :
- ϕr et $\phi(j)$ sont additifs (en même sens) $\phi r.\phi j > 0$ dans ce cas le flux total $\phi t=\phi r+\phi(j)$ augmente--->E augmente ---->j augmente : il y à possibilité d'amorçage.

- ϕr et ϕ(j) sont de sens contraire (soustractif) $\phi r.\phi j < 0$.
Dans ce cas $\phi t = \phi r - \phi(j)$ diminue --->Ediminue --->j diminue : il n'y à pas d'amorçage.

c. *Point de fonctionnement à vide* :

Le point de fonctionnement est défini par les équations suivantes :

$$\phi r \rightarrow Er \rightarrow j \rightarrow \phi(j) \rightarrow \phi t = (\phi r + \phi(j)) \uparrow \rightarrow E \uparrow \rightarrow j \uparrow \rightarrow \phi(j) \uparrow$$
$$\uparrow _____ \downarrow$$

Point d'équilibre ou point de fonctionnement

$$\begin{cases} U = Rj \text{ (équation de l'inducteur)} ; R = R_i + Rh \\ \quad R : \text{résistance total de l'inducteur} \\ \quad R_i : \text{résistance propre de l'enroulement de l'inducteur} \\ \quad Rh : \text{résistance du rhéostat.} \\ U = Ev(j) - h(j) \quad , \; I_a = j \end{cases}$$

$$\begin{cases} U = Rj \\ U = Ev(j) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Ev(j) = Rj : \text{droite de pente R} \\ Ev = f(j) : \text{caractérestique statique propre de la machine.} \end{cases}$$

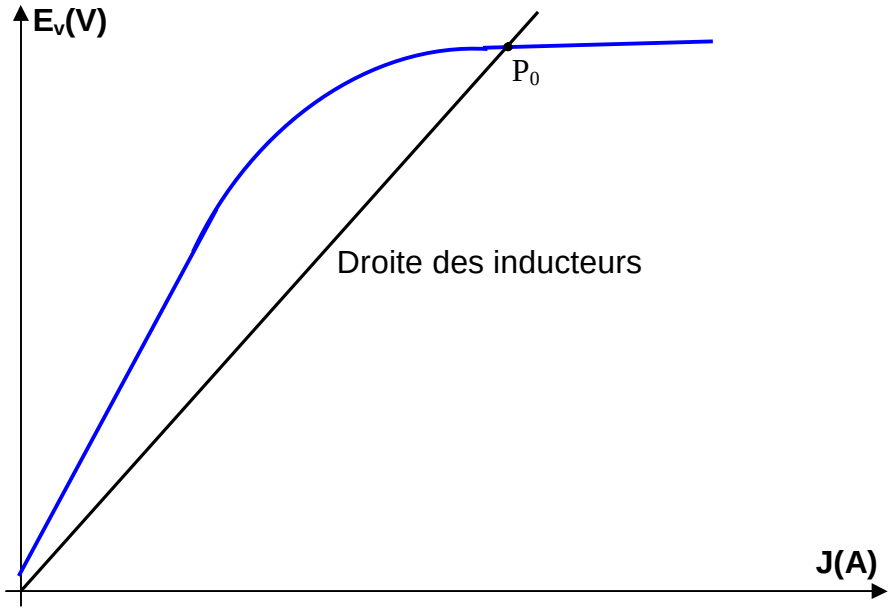


figure 2.7

P_0 c'est le seul point qui vérifie U commune à l'induit et l'inducteur ; c'est le point de fonctionnement.
Pour changer la position du point de fonctionnement P_0 on doit changer soit la vitesse, soit la résistance de rhéostat du circuit inducteur Rh.

d. Grandeurs critiques : (*Résistance d'inducteur critique R_c et vitesse critique n_c).*

§ La résistance critique R_c qui produit le désamorçage est la pente de la droite **R_c.j** qui est confondue avec la zone linéaire de $E_v(j)$ $R_c = \frac{\Delta E_v}{\Delta j}$

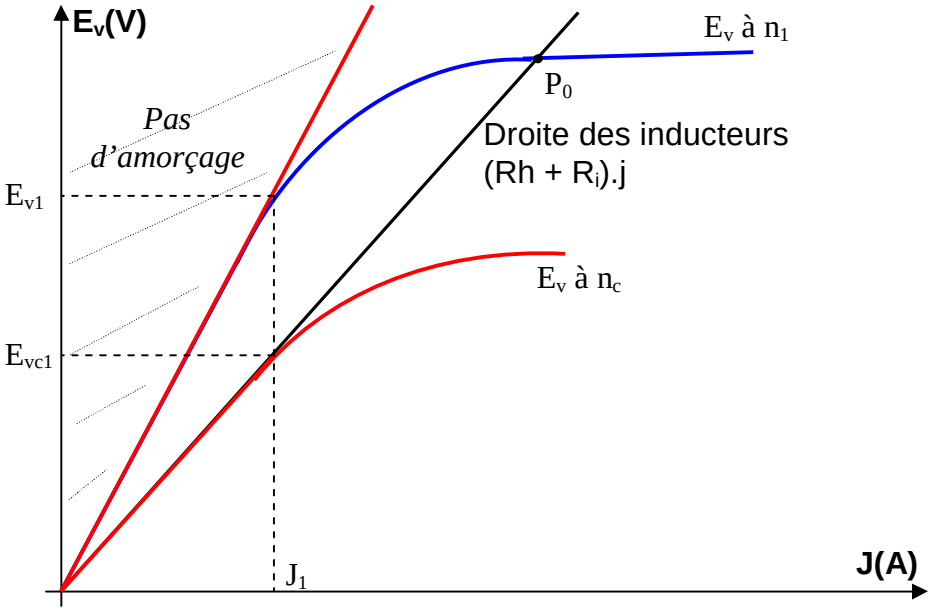


figure 2.8

R > Rc Il n'y à plus d'amorçage
R < Rc Il y à amorçage.
Pour une vitesse d'entraînement donnée, la résistance d'inducteur critique est la pente de la droite linéaire à la courbe Ev=f(j).

§ *Vitesse d'entraînement critique :*

$$n_c = n_1 \frac{E_{vc1}}{E_{v1}} \text{ or } E_{v1} = R_c j \text{ et } E_{vc1} = (R + Rh) j \Rightarrow n_c = \frac{Rh + R}{R_c} n_1$$

Pour une résistance d'inducteur donnée, la vitesse d'entraînement critique est tel que la partie linéaire de la courbe Ev=f(j) soit parallèle à cette droite.
n > nc : Il y à amorçage.
n < nc : Il n'y à pas d'amorçage.

III.2. Caractéristique à vide

Il n'est pas possible de relever cette caractéristique car la machine débite au moins le courant j, ainsi la caractéristique à vide doit être relevé en excitation séparée.

III.3. Caractéristique en charge u=f(I)

Si I varie alors U varie puisque $j = \frac{U}{R}$, alors j varie ---->Ev(j) varie

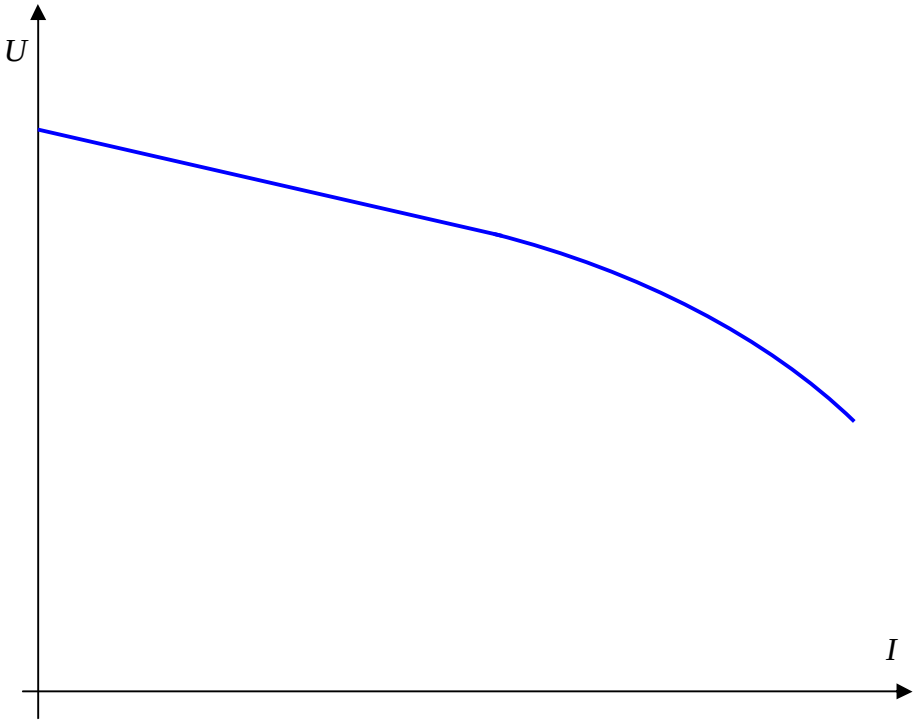
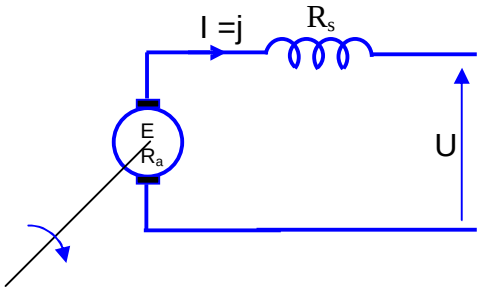
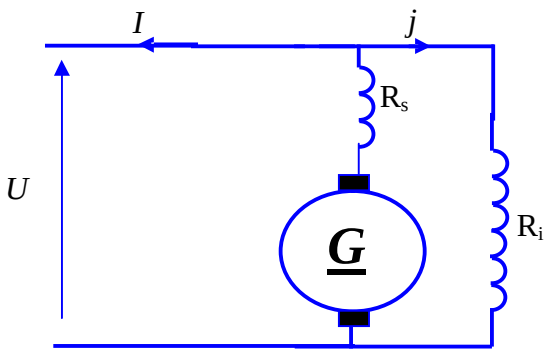


Figure 2.9

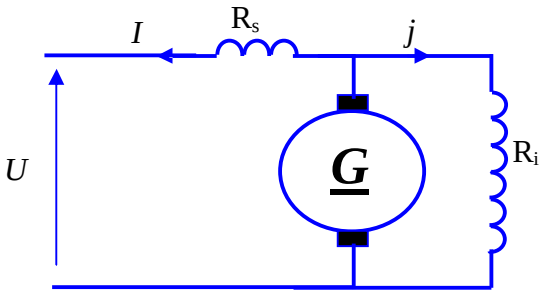
IV. Excitation série



V. Excitation compound



Longue dérivation



Courte dérivation

VI- Bilan de puissance

VI.1. Génératrice à excitation indépendante

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_u}{P_u + \sum \text{pertes}} = \frac{U.I}{U.I + p_c + p_j + p_{ja}}$$
$$= \frac{U.I}{U.I + p_c + (R_h + R).j^2 + R_a I_a^2}$$

VI.2.nératrice à excitation shunt

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_u}{P_u + \sum \text{pertes}}$$
$$E_{ch} = U + R_a I_a$$

$$P_{em} = P_u + p_{ja} + p_j$$
$$= U.I + R_a I_a^2 + U.j$$
$$= U(I + j) + R_a I_a^2$$
$$= U.I_a + R_a I_a^2$$
$$= I_a (U + R_a I_a) = E_{ch} I_a$$
$$\eta = \frac{U.I}{E_{ch} I_a + p_c}$$

VI.3. Génératrice à excitation série

$$P_a = E_{ch}.I_a + P_C$$
$$P_u = U.I$$
$$P_{ja} = R_a.I_s^2 \quad \text{et} \quad P_j = R_s.I_s^2$$
$$\eta = \frac{U.I}{E_{ch}.I_a + P_C} \quad \text{avec } I_a = I_s = j$$

VI.4. Génératrice à excitation composée

a. courte dérivation

$$\eta = \frac{U.I}{E_{ch}.I_a + P_C}$$

b. longue dérivation

$$\eta = \frac{U.I}{E_{ch}.I_a + P_C}$$

Exercice d'application :

Le relevé de la caractéristique à vide d'une machine à courant continu fonctionnant en génératrice à excitation indépendante a donné, pour la fréquence de rotation de l'induit n=1000 tr/min

J(A)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
E_v(V)	22	40	54	65	73	79	84	87	89	90

1. Calculer la f.e.m à vide lorsque n=1500 tr/min et j=0,7 A
2. La génératrice débite désormais un courant de 10 A dans un rhéostat de charge.
   2.1. La fréquence de rotation étant de 1000 tr/min, la tension au bornes de l'induit est U=79 V lorsque l'inducteur est parcouru par le courant j=0,9 A.
   Calculer la résistance R_a
   2.2. La fréquence de rotation étant de 1500 tr/min quelle est la tension aux bornes de l'induit lorsque lorsque le courant dans l'inducteur est j=0,8 A
   2.3. La fréquence de rotation étant de 500 tr/min, déterminer la valeur du courant dans l'inducteur lorsque la tension aux bornes de l'induit est U=33,5 V

Slution :

CHAPITRE 3

FONCTIONNEMENT EN MODE MOTEUR

I. Etudes préliminaires :

1. Principe de fonctionnement:

Le principe de fonctionnement d'un moteur à courant continu est basé sur la loi de **LAPLACE** à savoir tout conducteur traversé par un courant et placé dans un champ magnétique se déplace.

2. Rappel des relations utilisées :

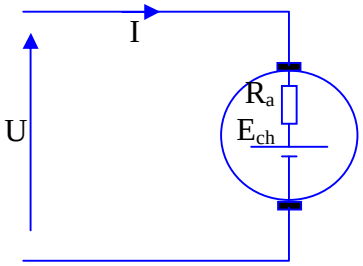


figure 3.1

$$U = Ech + Ra\,I$$

$$Ev - Ech = \varepsilon(I) = k\Omega\Delta\phi(I)$$

$$Ev = k\Omega\phi(j)$$

$$U = Ev - \varepsilon(I) + Ra\,I = Ev - \left[\varepsilon(I) - Ra\,I\right] = Ev - hm(I) \Leftrightarrow hm(I) = \varepsilon(I) - Ra\,I$$

$$comme\, h_G(I) = \varepsilon(I) + Ra\,I \quad donc : h_G(I) = hm(I) - 2\varepsilon(I)$$

$$C_{em} = \frac{P}{\Omega} = \frac{Pa - p_{cuivre}}{\Omega} = \frac{Pem}{\Omega}$$

$$Pa - p_{cuivre} = Pu + p_{mec} + p_{fer}$$

$$Cem = \frac{Pu + p_{mec} + p_{fer}}{\Omega}$$

$$Cem = \frac{Pu}{\Omega} + \frac{p_{mec} + p_{fer}}{\Omega}$$

$$Cem = Cu + C_{pertes}$$

3. Problème d'emballement :

Quand la vitesse d'une machine prend des valeurs excessives par rapport à sa valeur nominale. On dit que la machine s'emballe.

$$U = Ech + Ra\,I$$
$$= k\Omega\phi\, ch + Ra\,I \approx k\Omega\phi\, ch(j) \qquad \Rightarrow \Omega = \frac{U}{k.\phi_{ch}(j)} \qquad si\ \phi \to 0 \Rightarrow \Omega \to \infty$$

La diminution du flux entraîne l'augmentation de la vitesse, c'est d'ailleur ce procedé qui est souvent utilisé dans la pratique pour varier la vitesse du moteur.Cependant si ϕ_{ch} est très petit devant $\phi_{nominal}$ -->N tend vers des valeurs très supérieures à $N_{nominale}$.

4. Problème de démarrage:

$$U = k\Omega\phi + Ra\ I$$

on neglige le phénomène transitoir e :

au démarrage $\Omega = 0 \Rightarrow U = Ra\ I_D$

$$I_D = \frac{U}{Ra}$$

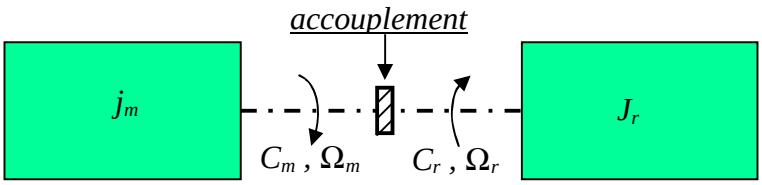
Ra très faible $\Rightarrow$ I_D ***très grand ; donc il faut le limiter et ce :***

- En diminuant U

- En augmentant la résistance du circuit par insertion de résistance exterieure connue sous le nom de rhéostat de démarrage

5. point de fonctionnement

L'intersection sur un même graphique, des caractéristiques mécaniques du moteur et de la machine entraînée donne le point de fonctionnement du groupr pour lequel, en régime établi, $C_m = C_r$



En régime dynamique intervient un paramètre supplémentaire du groupe mécanique, le moment d'inertie des parties tournantes. En effet, le fonctionnement est alors régie par l'équation différentielle suivante :

$$C_m - J_m \frac{d\Omega_m}{dt} = J_r \frac{d\Omega_r}{dt} + C_r$$

Où J est le moment d'inertie des parties tournantes (Kg.m²) et m, r s'applique respectivement au moteur et à la machine entraînée.

Si l'acouplement est parfaitement rigide, il n'y aucune différence ni de vitesse ni d'accélération entre le moteur et la machine entraînée, d'où :

$$\Omega_r = \Omega_m = \Omega$$

$$C_m - J_m \frac{d\Omega_m}{dt} = J_r \frac{d\Omega_r}{dt} + C_r$$

$$C_m - C_r = \frac{d\Omega}{dt}(J_m + J_r)$$

$$C_m - C_r = J \frac{d\Omega}{dt}$$

6. Divers modes d'excitation:

Les types de moteur à courant continu sont déterminés par leur mode d'excitation, même chose qu'en génératrice à courant continu.

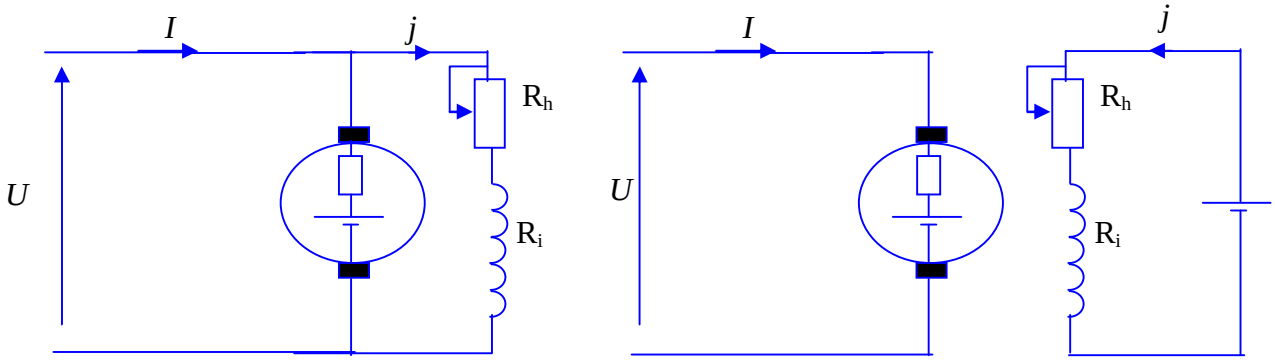
6. Caractéristiques usuelles en mode moteur :

En fonctionnement moteur une caractéristique est dite usuelle si elle est relevée à U=cte.

a) *Caractéristique électromécanique de vitesse* : **Ω=f(I) ou n=f(I) à U=cte**.
b) *Caractéristique électromécanique de couple* : **C=f(I) à U=cte**.
c) *Caractéristique mécanique* : **C=f(Ω) ou C=f(n) à U=cte**.

Remarque : Ces caractéristiques ne sont pas uniques mais elles sont les principales pour l'exploitation de la machine.

II. Moteur shunt & Moteur à excitation indépendante



Excitation shunt ***Excitation indépendante***

figure 3.2

1. Caractéristiques de vitesse :

a. Ω=f(j) à U=cte et à vide :

$$U = k\Omega\phi_{ch} + Ra\, I_0 \;;\; I = I_0 \;\; et \;\; \Omega = \Omega_0$$

$$puisque\; I_0\; est\; faible \Rightarrow \Delta\phi \approx 0 \;;\; \phi_v = \phi_{ch}.$$

$$En\; plus\; Ra\, I_0\; est\; aussi\; très\; petit\; devant\; k\omega\phi_{ch}$$

$$U = k\Omega_0\phi_{v(j)} \;;\; \Omega = \Omega_0 \Rightarrow \Omega = \frac{U}{k\phi_{v(j)}}$$

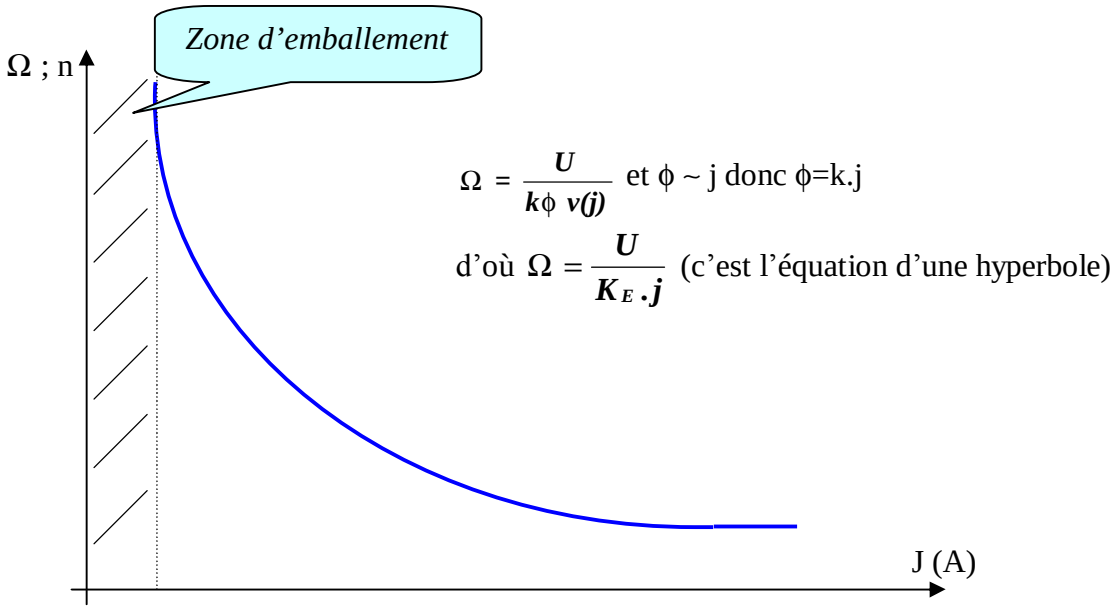


figure 3.3

Remarque : Il y a risque d'emballement pour les faibles valeurs de J.

b. Ω = f(I) à U=cte et j=cte.

$$U = k\Omega\ \phi\ ch + Ra\ I$$
$$= k\Omega\ (\phi\ v(j) - \Delta\phi\ (I)) + Ra\ I$$
$$\Omega = \frac{U - Ra\ I}{k\ (\phi\ v(j) - \Delta\phi\ (I))}\ ;\ \Omega_0 = \frac{U}{k\ \phi\ v(j)}$$
$$\Omega = \frac{U}{k\ \phi\ v(j)} \frac{1 - \frac{Ra\ I}{U}}{(1 - \frac{\Delta\phi\ (I)}{\phi\ v(j)})} = \Omega_0 \frac{1 - \frac{Ra\ I}{U}}{(1 - \frac{\Delta\phi\ (I)}{\phi\ v(j)})}$$

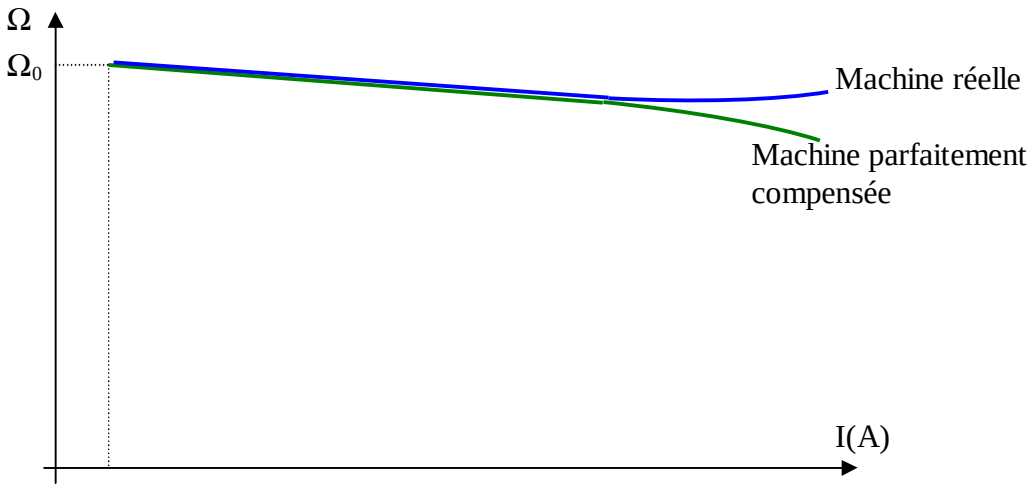


figure 3.4

Conclusion : Le moteur shunt risque de s'emballer pour les fortes charges.

2. caractéristique mécanique de couple : Cem=f(I) :

$$Cem = k\phi\, ch\, I = k\left[\phi\, v - \Delta\phi\,(I)\right]I$$

$$Cu = Cem - Cpertes$$

$$Cpertes = \frac{pmec + pfer}{\omega}$$

La vitesse d'un moteur shunt ou séparé varie peu de sorte que le couple des pertes est pratiquement constant et égal au couple à vide $C_0 = k\phi\, v(j)\, I_0$

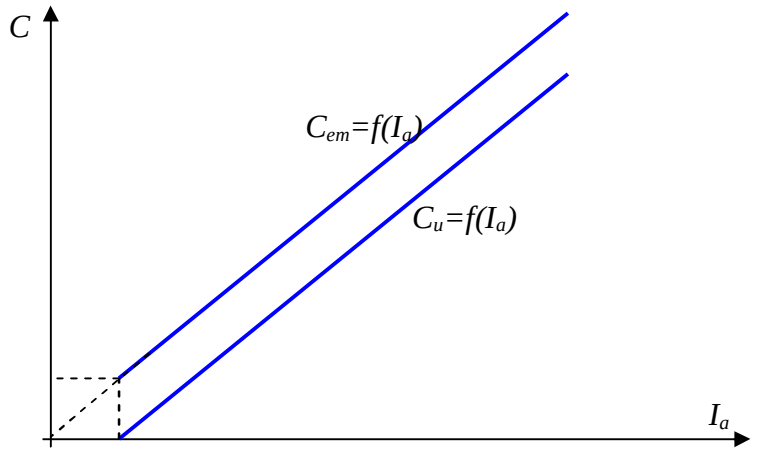


figure3.5

3. Caractéristiques mécaniques : Cem=f(Ω) à *U et j=cte*

Cette caractéristique peut être déterminée facilement à partir des deux autres.

I → Cem d'après Cem=f(I)

I → Ω d'après Ω=f(I)

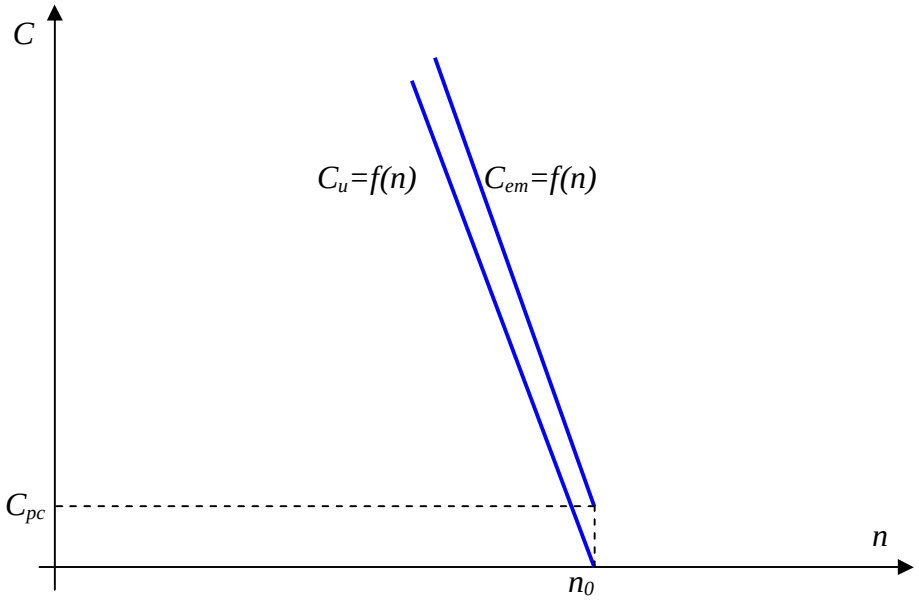


figure 3.6

III. Moteur Série :

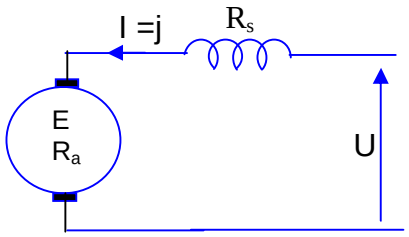


figure 3.7

j=I ; U=kΩϕ_{ch}(I)+(Ra+Rs)I
à vide I=I0 (faible par rapport à I) ---> $\phi(I_0)$ <<$\phi(I_N)$ et la machine s'emballe.
En aucun cas le moteur série ne doit fonctionner à vide.

1.* Ω*=f(I) à U=cte :

$$\Omega = \frac{U-(Ra+Rs)I}{k\phi\ ch(I)}$$

Supposons au départ que la machine est parfaitement compensée c' est à dire

$$\varepsilon(I)=0 \Rightarrow \Omega = \frac{U-(Ra+Rs)I}{k\phi\,(I)} \cong \frac{U}{k\phi(I)} \quad et \quad puisque\ \phi = K.I \Rightarrow \Omega = \frac{U}{k.K.I}$$

c' est l' équation d' une hyperbole

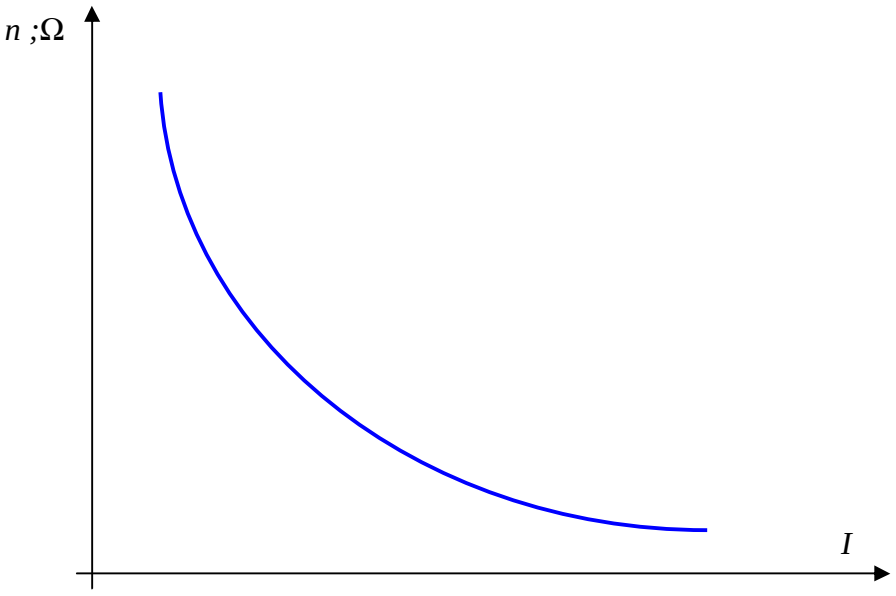


figure 3.8

Conclusion : Contrairement au moteur shunt la vitesse d'un moteur série varie beaucoup avec la charge, en particulier si la charge augmente la vitesse diminue.

2. Couple :

Cem = f (I) à U = cte

Cem = kϕ ch(I) I

= kϕ v(I) I dans notre cas

a. Zône linéaire :

ϕ v(I) = K'I

Cem = kk' I^2 (branche de parabole).

b. Zône de saturation :

ϕ v(I) = ϕ0 ; Cem = kϕ0 I : droite .

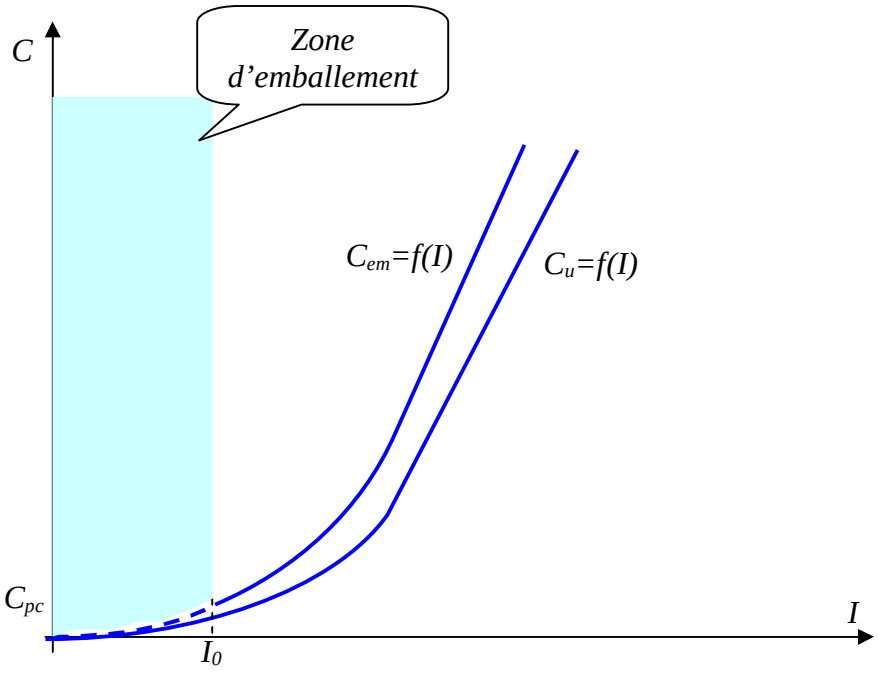


figure 3.9

3. Cem=f(Ω) à U=cte :

a. Zône linéaire :

$\phi v = k' I$

$$U = kk' I\Omega + (Ra + Rs)I \Rightarrow I = \frac{U}{kk'\Omega + Ra + Rs}$$

$$Cem = kk' I^2$$

$$Cem = kk' \frac{U^2}{\left[kk'\Omega + Ra + Rs\right]^2}$$

$$allure\, d'une\ fonction\, homographique : (f(x) = \frac{k}{ax^2 + bx + c})$$

b. Zône de saturation :

$\phi v = \phi_0$

$U = k\phi_0\Omega + (Ra + Rs)I$

$$\Rightarrow I = \frac{U - k\phi_0\Omega}{Ra + Rs}$$

$$Cem = k\phi_0 I = k\phi 0 \frac{U - k\phi_0\Omega}{Ra + Rs} = \frac{k\phi_0 U}{Ra + Rs} - \frac{(k\phi_0)^2\Omega}{Ra + Rs}$$

$$Cem = A - B\Omega$$

Lorsque le couple augmente la vitesse diminue et d'une manière générale l'allure de la caractéristique mécanique d'un moteur série est à peu près hyperbolique.

Or l'équation d'une hyperbole dans le cas général est de la forme $y = \frac{a}{x}$ c'est à dire y.x=cte $\forall$x.
dans notre cas, **Cem.Ω=cte $\forall$I.**

Comme Cem.Ω=P. Donc le moteur série travail pratiquement à puissance constante quelque soit la charge.

<u>Remarque</u> :

Lorsque la machine n'est pas parfaitement compensée l'équation de la machine est :

$U=k\Omega\phi_{ch}(I)+(Ra+Rs)I$

$$\Omega = \frac{U - (Ra + Rs)I}{k\phi\, ch} = \frac{U - (Ra + Rs)I}{k\phi\, v(I) - k\Delta\phi(I)}$$

à même courant I, la vitesse est plus grande que dans le cas où la machine est parfaitement compensée: $Cem=k\phi_{ch}(I)\ I =k[\phi v(I)-\Delta\phi(I)]\ I$.
à même courant le couple est plus faible.

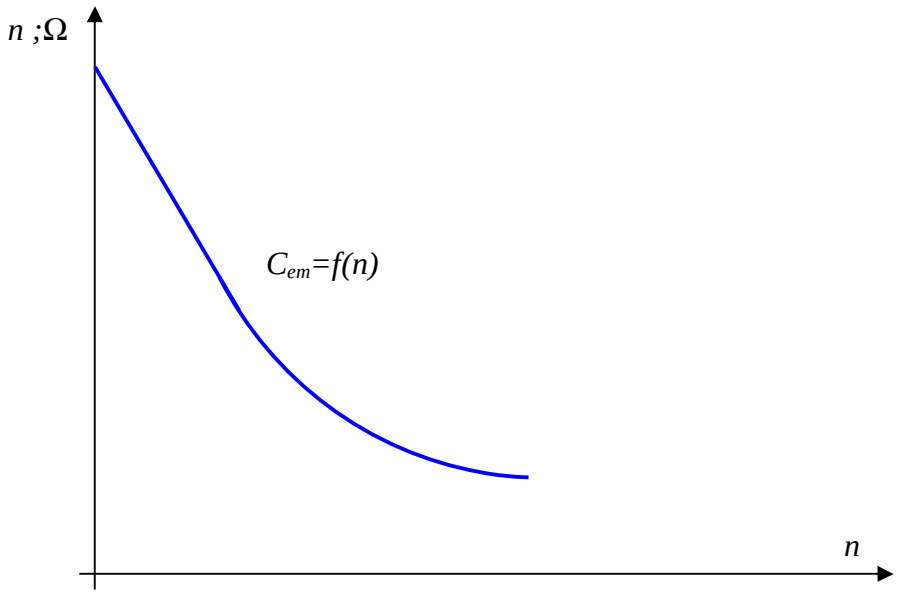


figure 3.10

4. Influence de la variation de la tension d'alimentation :

a. Cas du couple :

$Cem = k\phi_{ch}(I).I$ indépendant de la tension, il dépend uniquement de I .

b. La vitesse :

$$U \rightarrow \Omega = \frac{U - (Ra + Rs)\, I}{k\phi_{ch}(I)}$$

$$U' \neq U \rightarrow \Omega' = \frac{U' - (Ra + Rs)\, I}{k\phi_{ch}(I)}$$

à même courant I nous avons :

$$\frac{\Omega'}{\Omega} = \frac{U' - (Ra + Rs)\, I}{U - (Ra + Rs)\, I}$$

comme la chute $(Ra + Rs)I << U$ ***on à sensiblement*** $\frac{\Omega'}{\Omega} = \frac{U'}{U} \Rightarrow$ ***La vitesse varie beaucoup avec la tension d' alimentation U.***

Conclusion : Toute chute de tension influe sur la vitesse (sensible).

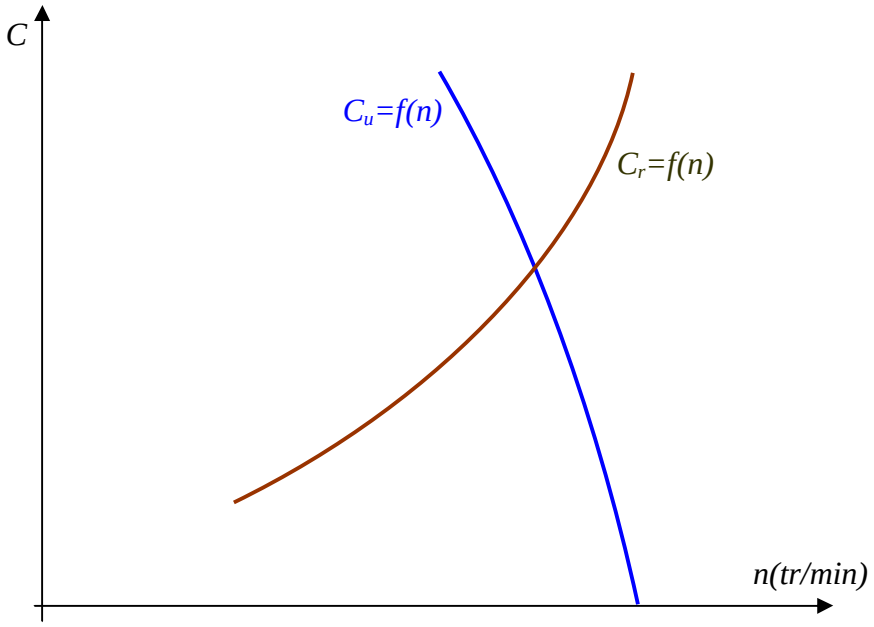
Moteurs à courant continu
Réglage de la vitesse, rendement

1. Commande de la vitesse

1.1. Position du problème.

Généralement la fréquence de rotation **n** d'un groupe (machine d'entraînement + machine entraînée), dans notre cas moteur à courant continu + machine entraînée, est donnée par l'abscisse du point d'intersection :

- De la caractéristique C_u=f(n) du moteur,
- De la caractéristique C_r=f(n) de moteurla machine entraînée.



Puisque la seconde courbe (C_u=f(n)) est immuable il faut, pour faire varier n déformer la caractéristique du moteur.
On y parvient, pour le moteur en excitation indépendante comme pour le moteur série, en agissant :

- Essentiellement sur la tension U appliquée,
- Accessoirement sur le flux utile Φ.

Remarque :

On sait que :

$$\Omega = \frac{U - R_a I}{k\phi} \quad \textit{pour le moteur à excitation indépendante}$$

$$\Omega = \frac{U - (R_a + R_s)I}{k\phi} \quad \textit{pour le moteur série}$$

1.2. Utilisation

Ces actions de variations de tension ou de flux sont faciles à exercer grâce aux **convertisseurs électroniques.**
Ce type de moteur se rencontre principalement dans deux domaines industriels très différents.

- ü **En traction électrique** où la possibilité de faire varier la vitesse est une nécessité ; nous avons vue que le moteur est de type **serie.** Le dispositif électronique d'alimentation est :
  - soit un **pont redresseur** monophasé
  - soit un **hacheur** lorsque la tension d'alimentation est continue.
- ü Dans de nombreux **équipements industriels** (machines outils, laminoirs, pompes, …)

2. Pertes et rendement.

Les pertes se subdivisent en trois catégories.

- § **Les pertes par effet joule** dans les enroulements (inducteur, induit, pôles de commutation et de compensation).
- § **Les pertes magnétiques** dues à l'hystérésis et aux courants de Foucault
- § **Les pertes mécaniques** dues aux frottements mécaniques de l'arbre dans les paliers ainsi que des balais sur le collecteur et à la ventilation. Ces pertes ne dépendent que de la fréquence de rotation n.

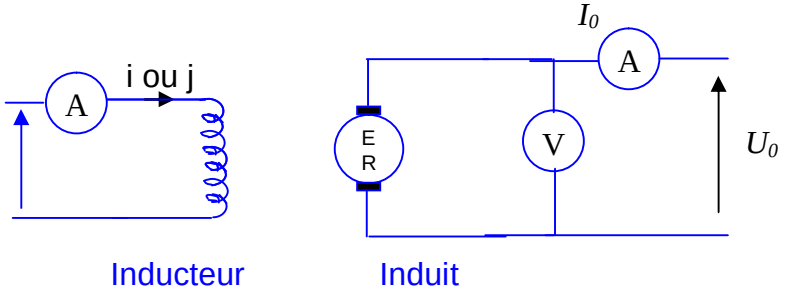
Dans le fonctionnement moteur, le rendement a pour expression :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a}$$

$P_a = U.I$; $P_u = U.I$ – pertes

Les pertes par effet joule étant calculables ainsi que la puissance consommée par l'excitation, le problème est d'accéder à la somme des pertes mécaniques et magnétiques. Pour cela on fait fonctionner le moteur à vide en excitation séparée. La puissance mécanique récueillie sur l'arbre étant nulle, la puissance absorbée $U_0.I_0$ est égale à la somme des pertes de la machine.

$$U_0 . I_0 = R_a . I_0^2 + P_{mag} + P_{méc}$$



Le courant à vide I_0 est très inférieur à I_n si bien que dans cet essai les pertes par effet joule $R.I_0^2$ sont en général négligeables devant les autres pertes.

$U_0.I_0 = P_{mag}+P_{méc}$

$$\eta = \frac{UI - U_0 I_0 - RI^2}{UI + P_{ex}} \quad \textit{pour moteur à excitation séparé}$$

$$\eta = \frac{UI - U_0 I_0 - (R_a + R_s)I^2}{UI} \quad \textit{pour moteur à excitation série}$$

TRANSFORMATEURS

I. GENERALITES

I.1 Introduction

Le transformateur est un appareil statique à induction électromagnétique destiné à transformer un système de courants variables en un ou plusieurs systèmes de courants variables, d'intensité et de tension généralement différentes, mais **de même fréquence.** Cet appareil n'effectue donc qu'un transfert d'énergie électrique par voie électromagnétique. Sous sa forme la plus élémentaire, il comporte deux enroulements montés sur un circuit magnétique feuilleté, l'un dit primaire qui reçoit la puissance active de la source, l'autre dit secondaire qui fournit la puissance active au circuit d'utilisation. Si la tension d'alimentation appliquée au primaire est plus basse que celle délivrée par le secondaire, le transformateur fonctionne en **élévateur**, dans le cas inverse en **abaisseur**.

I.2. Principales applications

Parmi les multiples applications, on note les domaines suivants:

- **Electronique**
  - Alimentation à basse tension,
  - Adaptation d'impédance,

- **Electrotechnique**
  - Transformation des niveaux de tensions pour le transport et la distribution,
  - Alimentation à basse tension (lampes hologènes),

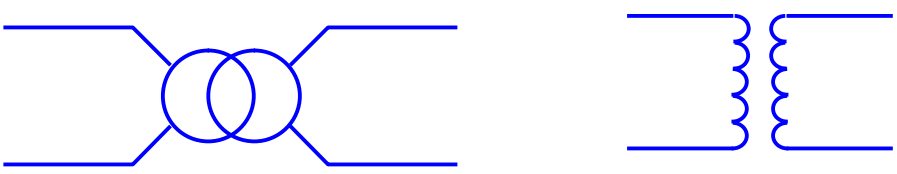
- **Mesure**
  - Transformateur d'intensité,
  - Transformateur de potentiel,

On pourrait mentionner plusieurs autres cas ou applications particulières, comme les transformateurs d'impulsions et les transformateurs d'essais, pour ne nommer que ceux-là.

Dans ce qui suit, nous limiterons notre étude aux transformateurs à noyaux de fer avec excitation sinusoïdale.

II. CONSTITUTION D'UN TRANSFORMATEUR

- **Symbole: (**transformateur à deux enroulements;1~)



v **Eléments du transformateur**

Le transformateur se compose essentiellement d'un circuit magnétique et de deux enroulements, le primaire et le secondaire.

è **Noyau magnétique**

Le noyau magnétique d'un transformateur est constitué de tôles minces d'acier à 3,5% de silicium empilées les unes sur les autres. Le noyau est feuilleté afin de réduire l'effet des courants de Foucault.

è **Enroulement primaire**

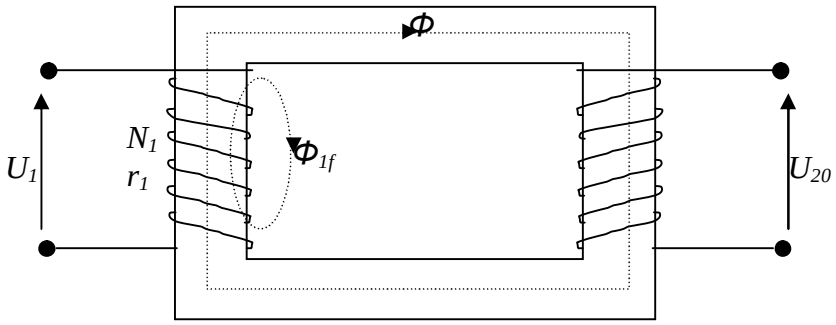
L'enroulement primaire est branché au réseau d'alimentation, reçoit la puissance électrique et tient lieu de **récepteur**.

è **Enroulement secondaire**

L'enroulement secondaire est branché au réseau d'utilisation (charge), restitue la puissance électrique fournie par le primaire et joue le rôle d'un **générateur**.

III. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

Soit un circuit magnétique, constitué par des tôles empilées et entouré par deux bobines B_1 et B_2 comme l'indique la figure suivante.



Connectons la bobine B_1 aux bornes d'un générateur de courant alternatif. Cette bobine, appelée bobine primaire, fonctionnant comme une inductance, est alors traversée par un courant primaire, lequel crée un **flux**. Ce flux variable embrassé par la bobine B_2 dite bobine secondaire détermine dans celle-ci la production **d'une f.e.m. induite à la même fréquence.** Si on branche aux bornes de B_2 une charge Z quelconque, un courant alternatif parcourt le circuit secondaire. Donc par induction mutuelle, une puissance électrique alternative passe du circuit primaire au circuit secondaire.

III.1. Introduction

III.1.1. Cas d'un transformateur parfait

a. Hypothèses:

ð Les résistances des enroulements primaire et secondaire sont nulles ($r_1=r_2=0$),

ð Les pertes dans le fer sont nulles,
ð Les fuites magnétiques sont nulles (le même flux traverse B_1 et B_2).

b. Equation des forces magnétomotrices

Considérons le circuit magnétique du transformateur portant les deux enroulements:

Ø Primaire de N_1 spires parcourues par le courant i_1.
Ø Secondaire de N_2 spires parcourues par le courant i_2.

Soit ϕ le flux commun aux deux enroulements, R la réluctance du circuit magnétique.

$$\mathbf{N_1 I_1 + N_2 I_2 = 0}$$

c. Equations des tensions primaire et secondaire

D'après la loi des mailles, la tension induite est égale à la tension de la source: $e_1 = u_1 = L\frac{di_1}{dt} = -N_1\frac{d\phi}{dt}$

où L représente l'inductance du circuit magnétique
Pour un circuit magnétique idéale alimenté par une source de tension sinusoïdale, le courant et le flux sont eux aussi sinusoïdaux, en plus d'être en phase entre eux et en retard de $\frac{\pi}{2}$ sur la tension induite. Soit donc:

$$\phi = \phi_1 = \phi_2 = \phi_{max}\sin\omega t$$
$$\Leftrightarrow \frac{d\phi}{dt} = \omega.\phi_{max}.Cos\omega t$$

ce qui donne:

$$|e_1| = N_1\frac{d(\phi_{max}Sinwt)}{dt} = N_1 w\phi_{max}Coswt$$
$$|e_2| = N2w\phi_{max}Coswt$$

soit encore:

$E_{1max} = N_1 W \Phi_{max}$

$E_{2max} = N_2 W \Phi_{max}$

$$E_{1eff} = \frac{E_{1max}}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} . f . \phi_{max} . N_1 = 4{,}44\ N_1 . f . \phi_{max}$$

$$E_{2eff} = \frac{E_{2max}}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} . f . \phi_{max} . N_2 = 4{,}44\ N_2 . f . \phi_{max}$$

avec: f: fréquence en Hz
$\phi_{max}=B_{max}S$: flux maximal en Wb
B_{max}: induction maximale en T
S: section utile du circuit magnétique en m^2

Remarque : **$U=E=4{,}44NB_{max}Sf$** est la formule de BOUCHEROT.

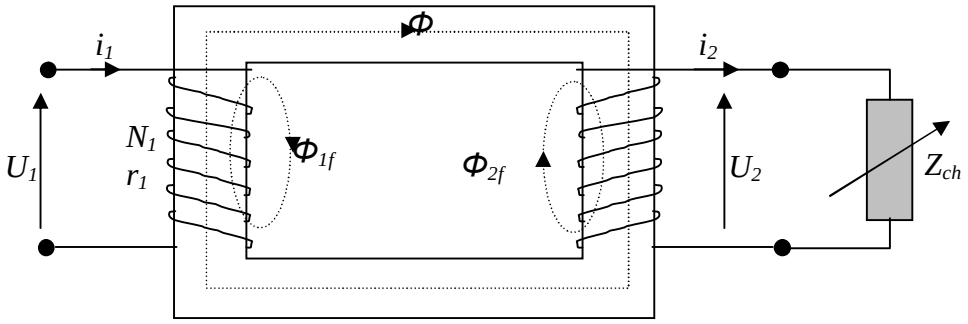
d. Rapport de transformation

Par définition le rapport de transformation est:

$$m = \frac{E_2}{E_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1}$$

Remarque: Pour un transformateur idéal, la puissance apparente fournie par la source doit être égale à la puissance apparente fournie à la charge (pas de pertes).

III.1.2. Cas d'un transformateur réel



On désigne par:

Coté primaire:
- ϕ_1: flux total à travers la bobine 1
- ϕ_c: flux canalisé dans le fer (flux commun)
- ϕ_{f1}: flux de fuite dans l'air de la bobine 1

Coté secondaire:
- ϕ_2: flux total à travers la bobine 2
- ϕ_c: flux canalisé dans le fer (flux commun)
- ϕ_{f2}: flux de fuite dans l'air de la bobine 2

III.1.2.1. Equations de fonctionnement

a. Expression des f.m.m.

La f.m.m. donnant naissance au champ a désormais pour expression $\mathbf{N_1i_1+N_2i_2}$; comme ce champ est le même que dans le fonctionnement à vide, on a l'égalité:

$$\mathbf{N_1i_1 + N_2i_2 = N_1i_{10}}$$

b. Les fuites magnétiques d'un transformateur

Les lignes de champ réelles peuvent être partagées en trois paquets:

1/ Les lignes de champ communes à toutes les spires des deux enroulements

Elles sont dues à la f.m.m. $\mathbf{N_1i_1+N_2i_2}$ et correspondent à travers chaque section droite du noyau au flux ϕ_c, c'est à dire:

- à travers le primaire $N_1\phi_c$
- à travers le Secondaire $N_2\phi_c$

2/ Les lignes de champ de fuites du primaire

Elles enlacent certaines spires du primaire mais aucune spire du secondaire, donc elles donnent naissance au flux de fuites ϕ_{f1}. Ces lignes de champ:

- sont dues au courant i_1 seulement
- ne traversent que des substances qui ne se saturent pas

En conséquence le flux ϕ_{f1} est proportionnel au courant i_1; soit donc:

$$\phi_{f1} = l_1 I_1$$

où l_1 représente l'inductance de fuites du primaire (en H).

3/ Les lignes de champ de fuites du secondaire

Elles enlacent certaines spires du secondaire mais aucune spire du primaire, il leur correspond, à travers le secondaire, le flux de fuites ϕ_{f2}., soit donc:

$$\phi_{f2} = l_2 I_2$$

où l_2 représente l'inductance de fuites du secondaire (en H).

ainsi on va définir les réactances de fuite : $X_1 = l_1 W$, $X_2 = l_2 W$

c. Equations des tensions primaire et secondaire

D'après la loi des mailles:

$$\begin{cases} u_1 = r_1 i_1 + \dfrac{d\phi_1}{dt} \\ -u2 = r_2 i_2 + \dfrac{d\phi_2}{dt} \end{cases}$$

En instantané on a :

$$U_1 = N_1.\frac{d\phi}{dt} + N_1\frac{d\phi_{1f}}{dt} + r_1.i_{10}$$
$$U_2 = -N_2.\frac{d\phi}{dt}$$

(1) ; (2)

Φ_{1f} : flux de fuite se répartissant principalement dans un milieu non magnétique.

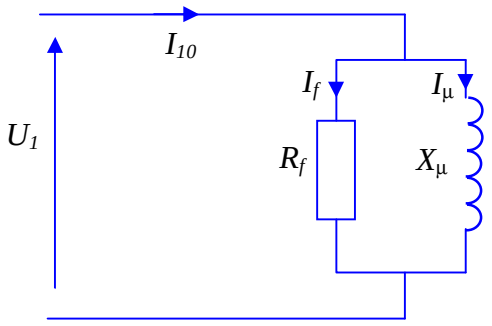
$$N_1\frac{d\phi_{1f}}{dt} = l_1\frac{di_{10}}{dt}$$
$$posons : e_{1f} = -l_1\frac{di_{10}}{dt}; e_{10} = -N_1\frac{d\phi}{dt} et.e_{20} = -N_2\frac{d\phi}{dt}$$

Les équations (1) et (2) en complexe deviennent :

$$\overline{U_1} = -\overline{E}_{10} + jl_1w\overline{I}_{10} + r_1\overline{I}_{10}$$
$$\overline{U}_{20} = \overline{E}_{20}$$
$$avec \quad m = \frac{e_{20}}{e_{10}} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_{20}}{U_1}$$

III.1.2.1.1. fonctionnement à vide: (i_2=0, i_1=i_{10} et U_2=U_{20}=E_2)

Le transformateur se comporte comme une bobine à noyau de fer, de plus le courant primaire à vide est généralement faible ce qui donne:
$(r_1 + jx_1)\bar{I}_{10} \langle\langle \overline{E}_1$ et le transformateur se comporte comme un dipôle constitué d'une résistance R_f en parallèle avec une réactance X_μ.



n R_f permet à la composante active I_f du courant à vide de s'écouler:

$$\boldsymbol{R_f = \frac{U_1}{I_f} = \frac{U_1}{I_{10}.Cos\varphi_0} = \frac{U_1^2}{P_{10}}}$$

n X_μ permet à la composante réactive I_μ du courant à vide de circuler

$$X_\mu = \frac{U_1}{I_\mu} = \frac{U_1}{I_{10}.Sin\varphi_0} = \frac{U_1^2}{Q_{10}}$$

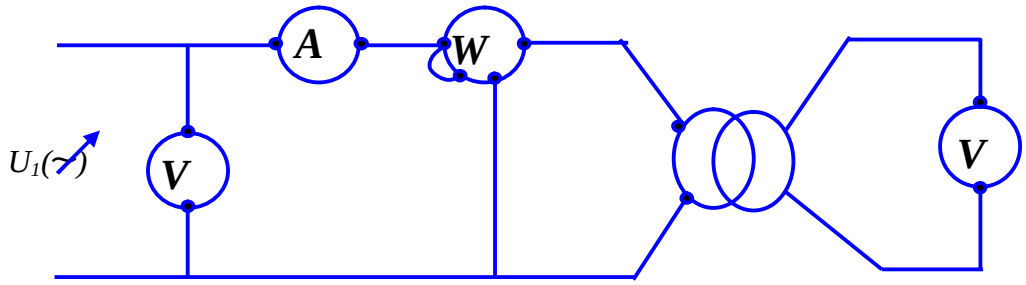
Le courant i_1 sera en retard de φ_{10} sur U_1

φ_{10} est telque $Cos\varphi_0 = \dfrac{P_0}{U_1.I_{10}}$

§ **Rapport de transformation**

Le rapport de transformation nominale à vide d'un transformateur réel est le rapport de la tension secondaire à vide et la tension primaire nominale.

$$m = \frac{U_{20}}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$$



III.1.2.1.2. fonctionnement en charge: ($i_2 \neq 0$; le secondaire est fermé sur une charge)

Les équations régissantes le fonctionnement du transformateur sont :

$$U_1 = N_1.\frac{d\phi}{dt} + N_1\frac{d\phi_{1f}}{dt} + r_1.i_1$$

$$U_2 = -N_2.\frac{d\phi}{dt} = N_2\frac{d\phi_{2f}}{dt} - r_2 i_2$$

avec *:* $\begin{cases} -N_1\dfrac{d\phi}{dt} = e_1 \\ -N_2\dfrac{d\phi}{dt} = e_2 \end{cases} et \begin{cases} N_1\dfrac{d\phi_{1f}}{dt} = l_1\dfrac{di_1}{dt} \\ N_2\dfrac{d\phi_{2f}}{dt} = l_2\dfrac{di_2}{dt} \end{cases}$

en écriture complexe le système devient :

$$\begin{cases} \overline{U}_1 = -\overline{E}_1 + (r_1 + jl_1w)\overline{I}_1 \\ \overline{U}2 = \overline{E}2 - (r_2 + jl_2w)\overline{I}_2 = \overline{U}_{20} - (r_2 + jl_2w)\overline{I}_2 \end{cases}$$ avec : $m = \dfrac{E_2}{E_1} = \dfrac{N_2}{N_1} = \dfrac{U_{20}}{U_1}$ **(3)**

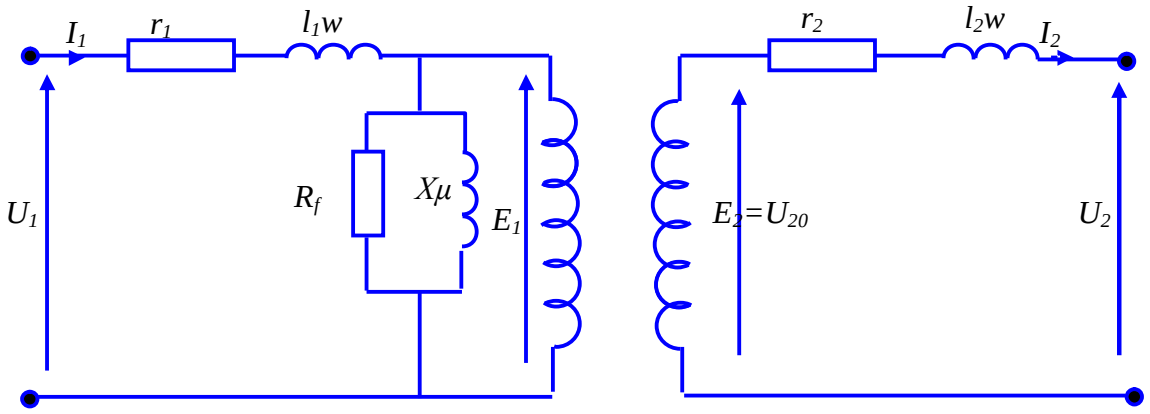
Relation des ampères tours :

On montre que pour la même tension d'entrée u_1, Φ en charge est très voisin de Φ à vide ce qui permet d'écrire :

$$N_1\bar{I}_1 + N_2\bar{I}_2 = N_1\bar{I}_{10} \qquad \textbf{(4)}$$

a. Schéma équivalent du transformateur

A partir du système d'équation (3) et en tenant compte du courant i_{10}, on obtient le schéma équivalent suivant:



b. Diagramme vectoriel

Données : U_2 ; I_2 ; φ_2 ; I_{10} ; P_{10} ; r_1 ; X_1 ; r_2 ; X_2

ΔU_2 ? I_1 ? φ_1 ?

d'après $\begin{cases} \bar{U}_1 = -\bar{E}_1 + (r_1 + jl_1w)\bar{I}_1 = -\bar{E}_1 + (r_1 + jX_1)\bar{I}_1 \\ \bar{U}2 = \bar{E}2 - (r_2 + jl_2w)\bar{I}_2 = \bar{U}_{20} - (r_2 + jl_2w)\bar{I}_2 \Rightarrow \bar{U}_{20} = \bar{U}_2 + (r_2 + jX_2)\bar{I}_2 \end{cases}$

Traçage :

$\overrightarrow{OA}$; $\vec{U}_2$

on trace le vecteur I_2 ($\vec{I}_2$ *est en retard de* φ_2 *sur* $\vec{U}_2$)

on place $r_2\vec{I}_2 = \overrightarrow{AB}$ *(elle est parallèle à la direction de* $\vec{I}_2$)

on place $X_2\vec{I}_2 = \overrightarrow{BC}$ *(perpendiculaire à* $r_2\vec{I}_2$)

Résultats :

$\vec{U}_{20} = \overrightarrow{OC}$

$\Delta U_2 = U_{20} - U_2$

en phase avec $\vec{E}_2$ *on trace* E_1 *tel que* $E_1 = \frac{E_2}{m}$

on trace $-\vec{E}_1 = \overrightarrow{OD}$

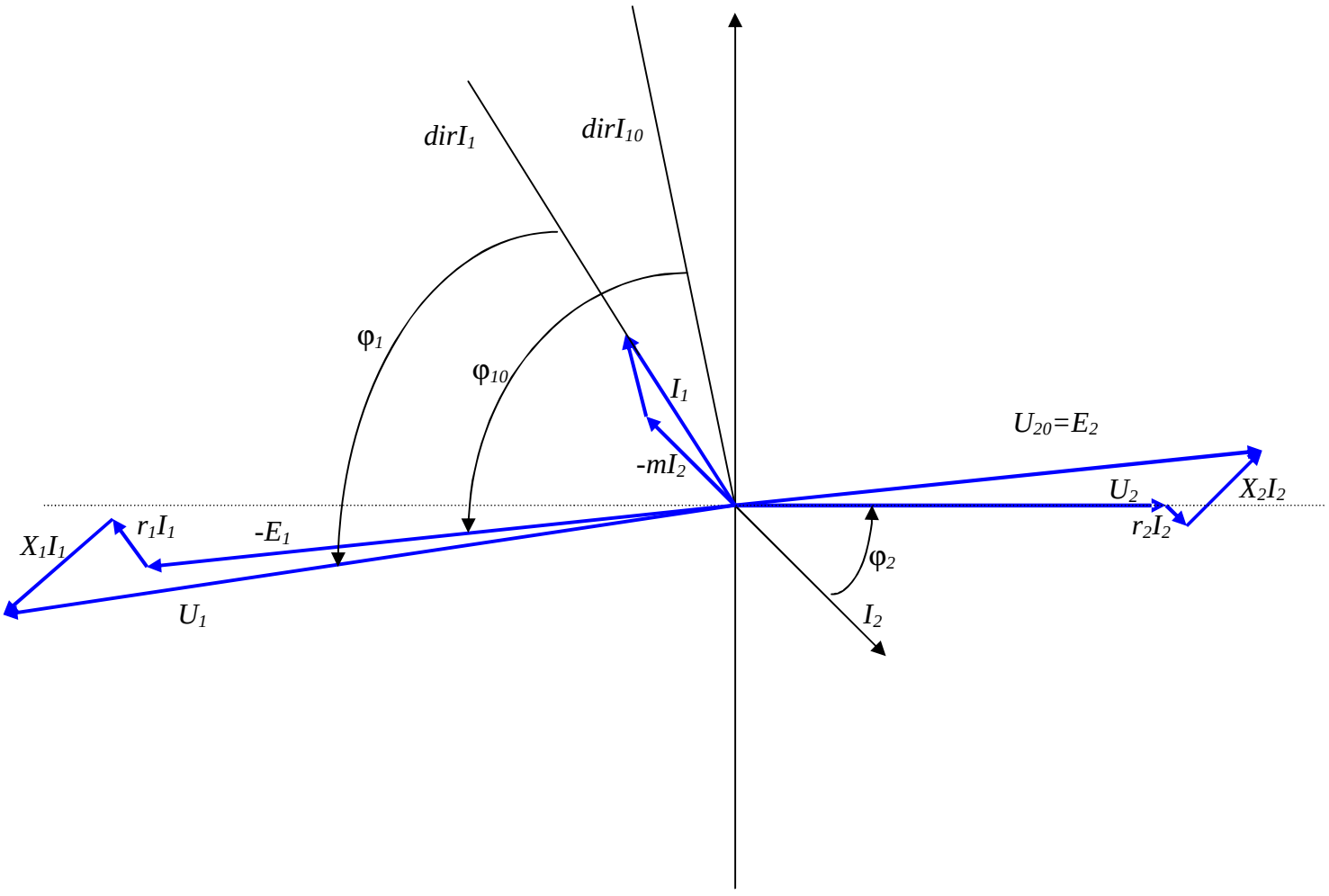
$\vec{I}_1 = \vec{I}_{10} - m\vec{I}_2$

$(-m\vec{I}_2)$ *est un vecteur opposé à* I_2

$-m\vec{I}_2 = \overrightarrow{OH}$

$\vec{I}_{10}$ *fait un angle* φ_{10} *par rapport à* $-E_1$

$\vec{U}_1 = -\vec{E}_1 + r_1\vec{I}_1 + jX_1\vec{I}_1$



III.1.2.2. Etude du transformateur dans l'approximation de KAPP

III.1.2.2.1. hypothèse de Kapp

Cette hypothèse consiste à négliger I_{10} devant I_1.

$$\Leftrightarrow N_1 I_1 + N_2 I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = -\frac{I_1}{m}$$

III-1-2-2-2. Circuit équivalent exprimé du côté secondaire

$$\text{on a } \overline{U}_2 = \overline{U}_{20} - (r_2 + jX_2)\overline{I}_2 \quad \text{or } \frac{\overline{U}_{20}}{\overline{U}_1} = m \Rightarrow \overline{U}_{20} = m\overline{E}_1$$

$$\overline{U}_2 = m\overline{E}_1 - (r_2 + jX_2)\overline{I}_2$$

$$\text{on a aussi } \overline{E}_1 = -\overline{U}_1 + (r_1 + jX_1)\overline{I}_1$$

$$\Rightarrow \overline{U}_2 = m.(-\overline{U}_1 + (r_1 + jX_1)\overline{I}_1) - (r_2 + jX_2)\overline{I}_2$$

$$\overline{I}_1 = -m\overline{I}_2 \Rightarrow \overline{U}_2 = m.(-\overline{U}_1 + (r_1 + jX_1) - m\overline{I}_2) - (r_2 + jX_2)\overline{I}_2$$

$$\overline{U}_2 = -m.\overline{U}_1 - m^2\overline{I}_2(r_1 + jX_1) - (r_2 + jX_2)\overline{I}_2$$

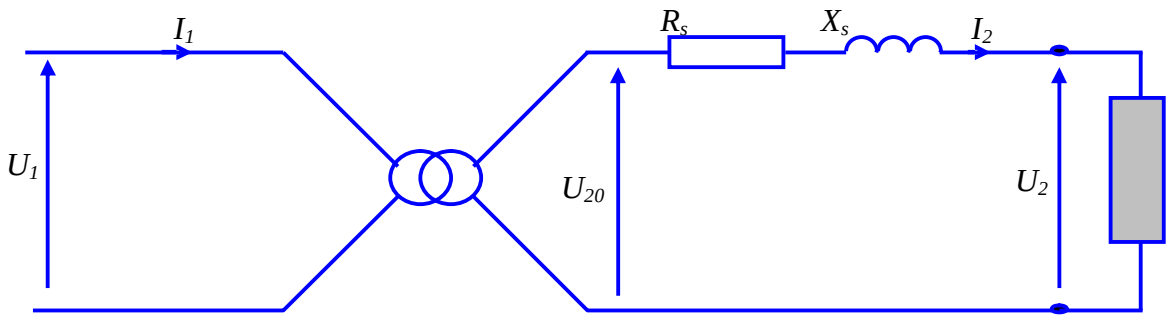
$$\overline{U}_2 = -m.\overline{U}_1 - \left[m^2\overline{I}_2(r_1 + jX_1) + (r_2 + jX_2)\overline{I}_2\right]$$

$$\overline{U}_2 = -m.\overline{U}_1 - \overline{I}_2\left[m^2 r_1 + r_2 + j(m^2 X_1 + X_2)\right]$$

$$\overline{U}_2 = \overline{U}_{20} - \overline{I}_2\left[R_s + jX_s\right] \text{ avec } R_s = m^2 r_1 + r_2 \text{ et } X_s = m^2 X_1 + X_2$$

$$\overline{U}_2 = \overline{U}_{20} - \overline{Z}_s\overline{I}_2$$

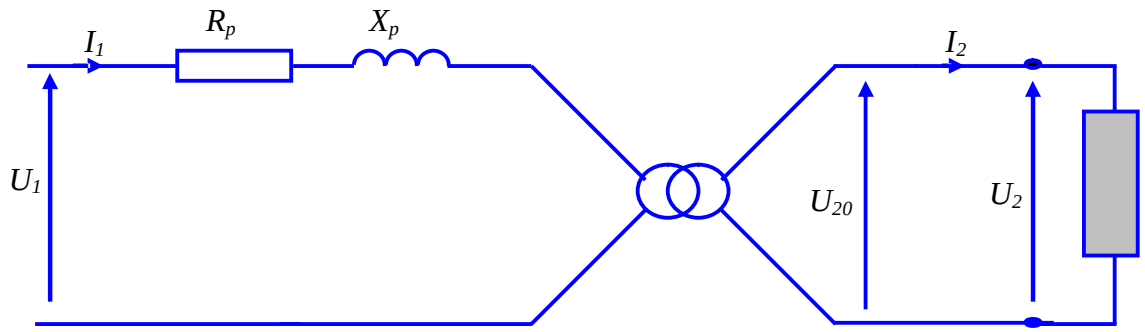
R_s : résistance du transformateur ramenée au secondaire
X_s : réactance du transformateur ramenée au secondaire



III.1.2.2.3. Circuit équivalent exprimé du côté primaire

On démontre de la même manière qu'on peut retrouver l'impédance Z_p équivalente du transformateur ramenée au primaire.

$$\overline{Z}_p = R_p + jX_p \qquad avec \begin{cases} R_p = r_1 + \dfrac{r_2}{m^2} \\ X_p = X_1 + \dfrac{X_2}{m^2} \end{cases}$$



Remarque: Correspondance entre primaire et secondaire

$$R_p = \frac{R_s}{m^2} \quad ; \quad X_p = \frac{X_s}{m^2}$$

III.1.2.3. Expression de la chute de tension

La chute de tension d'un transformateur se définit comme la différence d'amplitude de la tension secondaire entre les conditions à vide et en charge.

$\Delta U = U_{20} - U_2$

$\Delta U = \mathbf{R_s . I_2 . Cos\varphi_2 + X_s . I_2 . Sin\varphi_2}$

v cas d'une charge résistive ($\varphi_2 = 0$)

$\Delta U = \mathbf{R_s . I_2}$

v cas d'une charge inductive ($\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$)

$\Delta U = \mathbf{X_s . I_2}$

v cas d'une charge capacitive ($\varphi_2 = -\frac{\pi}{2}$)

$\Delta U = \mathbf{-X_s . I_2}$

III.1.2.4. Rendement du transformateur

Le rendement du transformateur correspond au rapport entre la puissance à la sortie et la puissance à l'entrée.

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_u}{P_u + \sum pertes}$$

$$\eta = \frac{V_2 . I_2 . Cos\varphi_2}{V_2 . I_2 . Cos\varphi_2 + P_j + P_{mag}}$$

$$\eta = \frac{V_2 . I_2 . Cos\varphi_2}{V_2 . I_2 . Cos\varphi_2 + R_s I_2^2 + P_{fer}}$$

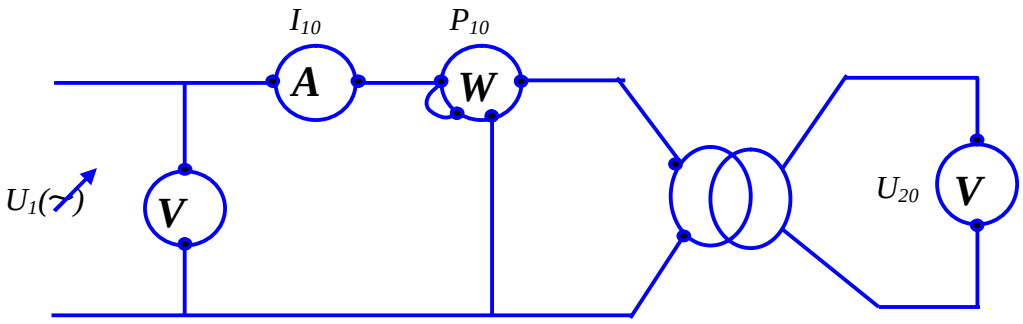
Remarque : le rendement est maximum pour un courant tel que $\frac{d\eta}{dI_2} = 0$

ce qui donne: $P_f = P_j = R_s I_2^2 \quad \Leftrightarrow I_2 = I_{2op} = \sqrt{\frac{P_f}{R_s}}$ (courant optimal)

soit donc: $\eta_{max} = \frac{U_2 I_{2op} \cos\varphi_2}{U_2 I_{2op} \cos\varphi_2 + 2P_f}$

III.1.2.5. Etude expérimentale d'un transformateur

1. Essai à vide



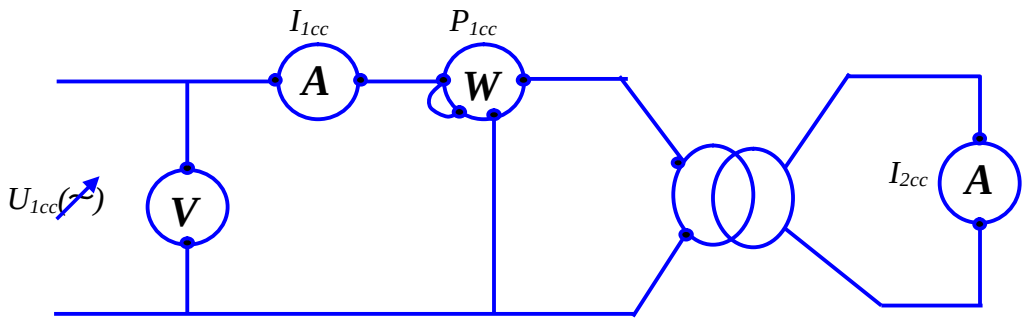
Cet essai permet de déterminer:

En faisant varier U1, on relève $\mathbf{P_{10}}$, $\mathbf{U_1}$, $\mathbf{I_1}$, $\mathbf{U_{20}}$.

En déduire **m** , φ_{10} , $\mathbf{R_f}$ et $\mathbf{X_\mu}$

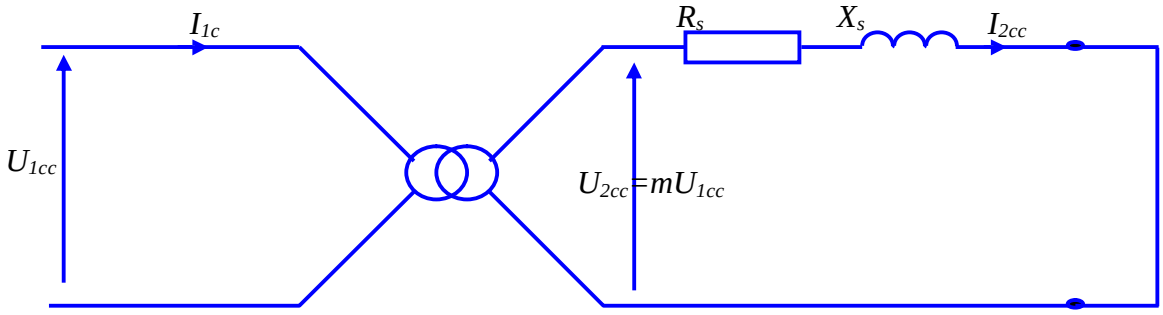
2. Essai en court circuit

La tension de court-circuit nominale est la tension réduite qu'il faut appliquer au primaire pour obtenir au secondaire en court-circuit un courant $\mathbf{I_{2cc}=I_{2n}}$; généralement on applique $\mathbf{U_{1cc}=5\%U_{1n}}$.



Cet essai permet de déterminer:

R_s , X_s et en déduire **R_p** et **X_p**



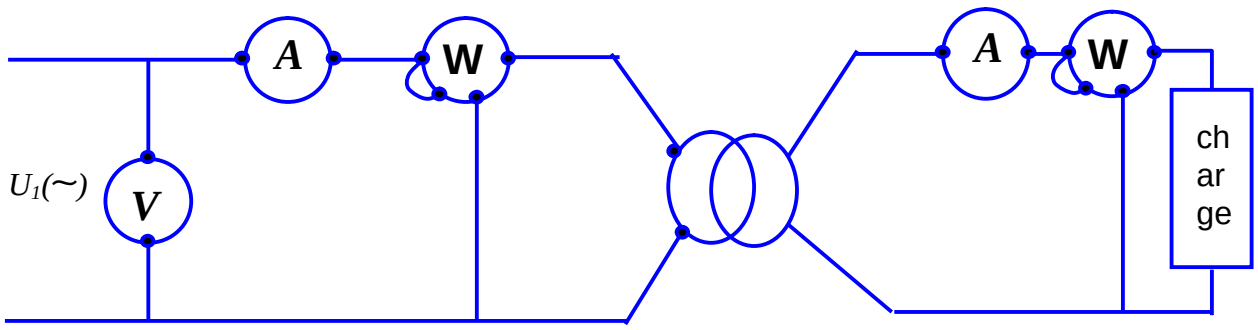
$$Z_s = \frac{m.U_{1cc}}{I_{2cc}}$$

$$R_s = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2}$$

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2}$$

3. Essai en charge

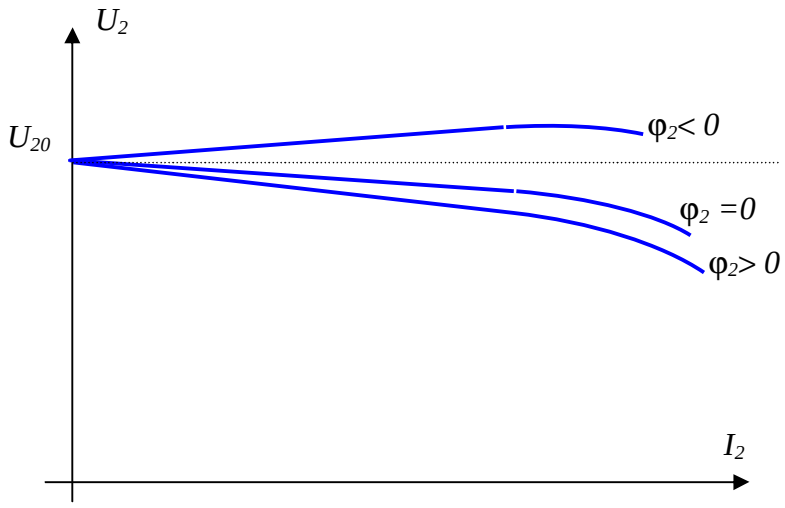
L'essai en charge consiste à faire travailler le transformateur dans ses conditions normales de fonctionnement.



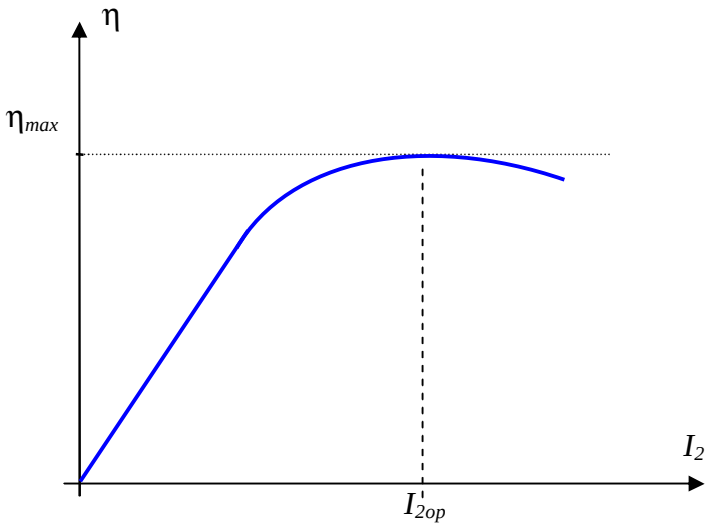
Cet essai permet de déterminer:

- le bilan de puissance de la machine
- le rendement
- la chute de tension ΔU_2

F **Caractéristique $U_2=f(I_2)$**



F Caractéristique $\eta=f(I_2)$



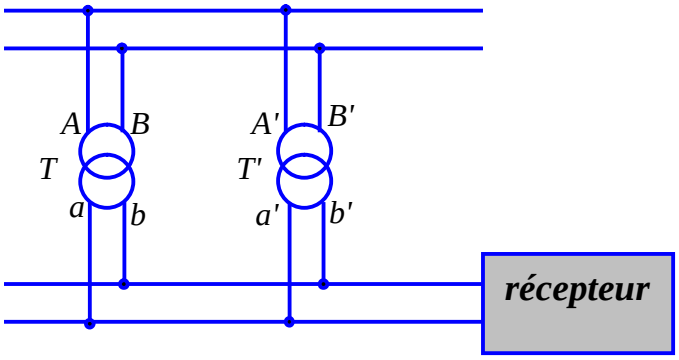
III.1.2.6. Couplage en parallèle de deux transformateurs

a. Nécessité

La mise en parallèle de deux transformateurs est une opération courante. En effet, quand la puissance demandée dépasse la puissance nominale du transformateur, on doit avoir recourt à un autre transformateur qui doit être placé en parallèle, c'est à dire leurs primaires alimentés par le même réseau et leurs secondaire débitant sur la même charge.

b. Schéma de branchement

Il faut réunir les bornes de même polarité.



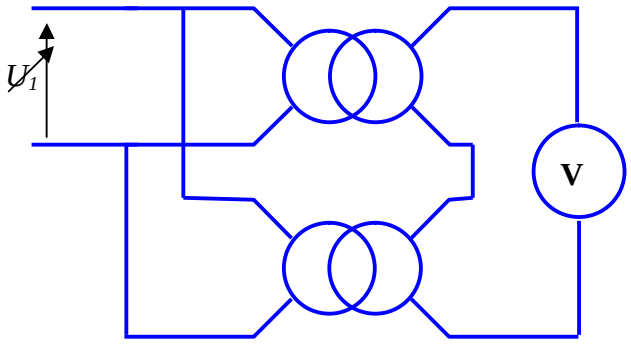
c. Fonctionnement à vide

Le récepteur est déconnecté mais les deux secondaires restent branchés en parallèle.
Pour qu'aucun courant parasite ne circule entre les appareils il est nécessaire que avant la mise en parallèle des secondaires

- la tension U_{20} entre a et b
- la tension U'_{20} entre a' et b'

  Soient égales

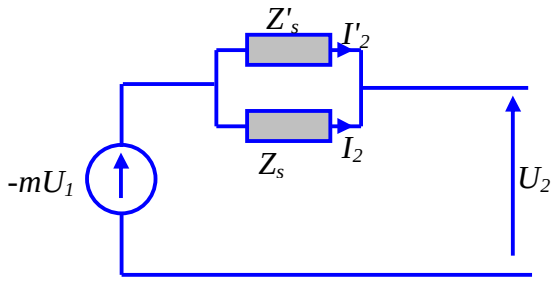
1. Il faut d'abord que les valeurs efficaces $U_{20}=m.U_1$; $U'_{20}=m'U_1$ soient les mêmes, ce qui exige que **m=m'.**
2. il faut ensuite **réunir les bornes secondaires de même polarité**



Pour réunir les bornes de même polarité du secondaire, on possède comme suit :

- v on lit deux bornes arbitraires directement, et les deux autres a travers un voltmètre.
- v Si le voltmètre indique une tension (existance d'un ddp), la liaison est fausse, ondoit inverser les bornes. S'il indique 0 V, la liaison est bonne.

d. Schéma équivalent ramené au secondaire



e. Fonctionnement en charge

Les deux appareils ayant au secondaire

- § la même f.e.m $-mU_1$
- § la même tension U_2

Ont des modèles de Kapp disposés comme l'indique la figure précédente (d).
On en déduit que:

$$\mathbf{Z_s I_2 = Z'_s I'_2}$$

Lorsqu'un usager charge l'ensemble des deux appareils, **il n'a aucun moyen de répartir la puissance entre les deux transformateurs:** cette répartition dépend entièrement des valeurs de Z_s et de Z'_s c'est-à-dire de la construction de T et de T'
Lorsque T atteint sa charge nominale ($I_2=I_{2n}$) on à intérêt à ce que T' qtteigne simultanément sa charge nominale ($I'_2=I'_{2n}$) sinon le groupe est mal utilisé; cela exige que $Z_s I_{2n} = Z'_s I'_{2n}$. Or nous avons vu que, en court-circuit, $mU_{1cc}=Z_s I_{2n}$ et $mU'_{2cc}=Z'_s I'_{2n}$
Les deux appareils doivent avoir la même tension de court-circuit

$$\mathbf{U_{1cc}=U'_{1cc}}$$

f. Conclusion

Pour coupler deux transformateurs en parallèle, il faut que:

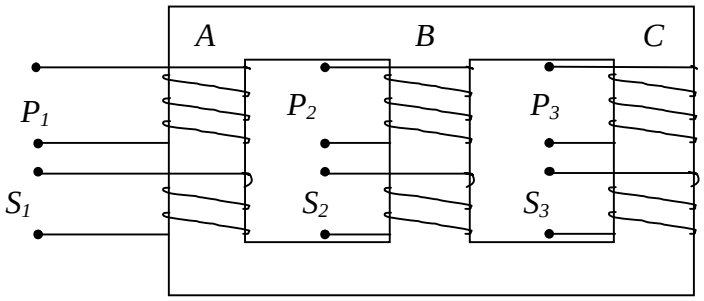
F **m = m'**

F **$Z_s=Z'_s$ ou $U_{1cc}=U'_{1cc}$**

III.2.Transformateurs triphasés

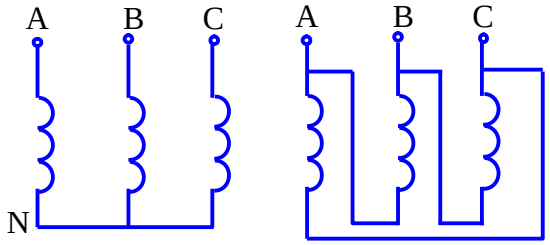
III.2-1. Constitution

Les transformateurs triphasés peuvent être réalisés à partir de trois transformateurs monophasés dont les circuits magnétiques sont distincts. Mais, la plupart du temps, on emploie un circuit magnétique triphasé à culasses droites et à trois noyaux. La figure suivante représente un transformateur triphasé à 3 noyaux équipés chacun de deux enroulements primaire et secondaire de N_1 et N_2 spires.

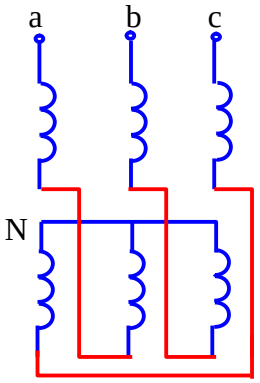


III.2.2. Couplage des enroulements

Les enroulements du primaire et du secondaire peuvent être couplés soit en étoile soit en triangle soit en zigzag. Généralement on désigne par des lettres majuscule les modes de couplage primaire (Y,D,Z) et par des lettres minuscules les modes de couplage secondaire (y, d, z).



Couplage Y *Couplage Δ*



Couplage Zigzag

Les différents couplages qu'on peut trouver sont:**Yy- Yd - Yz - Dy - Dd - Dz**.

III.2.3. Rapport de transformation

Le rapport de transformation composé **m_c** est le rapport des valeurs efficaces des tensions primaires et secondaires à vide et entre lignes: $m_c = \frac{U_{20}}{U_1}$ où **U** est une tension **composée**; tension entre deux phases.

Pour une seule colonne le rapport de transformation est le même que celui d'un transformateur monophasé $m = \frac{N_2}{N_1} = \frac{V_{20}}{V1}$ où **V** est une tension **simple**; tension entre phase est neutre.

Remarques :

m_c dépend du couplage des enroulements primaire et secondaire.

F pour Yd: $m_c = \frac{U_{20}}{U_1} = \frac{V_{20}}{V_1.\sqrt{3}} = \frac{m}{\sqrt{3}}$

F pour Dy: $m_c = \frac{U_{20}}{U_1} = \frac{V_{20}.\sqrt{3}}{V_1} = m.\sqrt{3}$

III.2.4. Chute de tension

La chute de tension aux bornes de chaque phase du secondaire

Δ_{V2} = **$R_s.J_2.Cos\varphi_2 + X_s.J_2.Sin\varphi_2$**
$= (R_s.Cos\varphi_2 + X_s.Sin\varphi_2).J_2$

et par suite la chute de tension entre deux fils de phase de la ligne secondaire;

v Secondaire en étoile

$U_2 = V_2\sqrt{3} \quad et \quad I_2 = J_2$
$\Delta U_2 = \sqrt{3}.(R_s Cos\varphi_2 + X_s Sin\varphi_2).I_2$

v Secondaire en triangle

$U_2 = V_2 \quad et \quad I_2 = J_2.\sqrt{3}$
$\Delta U_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}.(R_s Cos\varphi_2 + X_s Sin\varphi_2).I_2$

III.2.5. Bilan de puissance et rendement

Le rendement du transformateur

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{mag} + P_j}$$

P_j étant proportionnel à J_2^2 $\left(P_j = 3R_s J_2^2\right)$, est aussi proportionnel à I_2 quel que soit le couplage;

Comme $P_j = P_{cc}$ lorsque $I_2 = I_{2n}$ on a

$$P_j = P_{cc}\left(\frac{I_2}{I_{2n}}\right)^2$$

Quel que soit le couplage, il vient donc

$$\eta = \frac{\sqrt{3}.U_2.I_2.Cos\varphi_2}{\sqrt{3}.U_2.I_2.Cos\varphi_2 + P_0 + P_{cc}\left(\frac{I_2}{I_{2n}}\right)^2}$$

III-2-6. Indice horaire

a. But

On détermine l'indice horaire juste pour savoir si c'est possible de mettre deux transformateurs en parallèle.

b. Définition

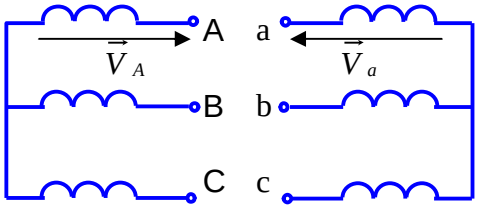
L'indice horaire est un nombre conventionnel noté I qui indique le déphasage entre deux tensions **simples et homologues à vide:** V_A et V_a, V_B et V_b, V_C et V_c . Dépendant des couplages primaires et secondaires, se déphasage est un multiple de $\frac{\pi}{6}$.On vérifie bien que **0<I<11**

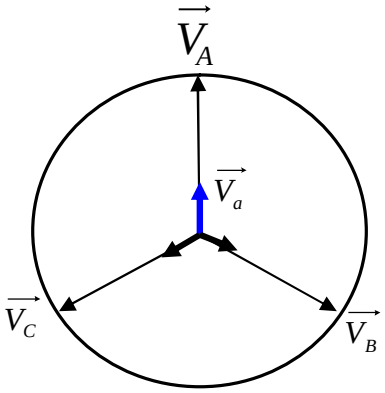
c. Détermination de l'indice horaire

- Sur une même colonne deux tension orientées dans le même sens sont en phase.
- On considère que $\overrightarrow{V_A}$ est la grande aiguille d'une montre fixée toujours sur la position 0h ou 12h, et $\overrightarrow{V_a}$ la petite aiguille de la montre. L'heure indiquée c'est l'indice horaire.

Exemples:

v Couplage Yy....

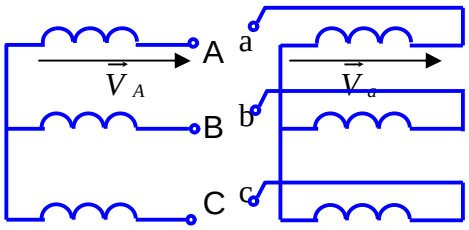


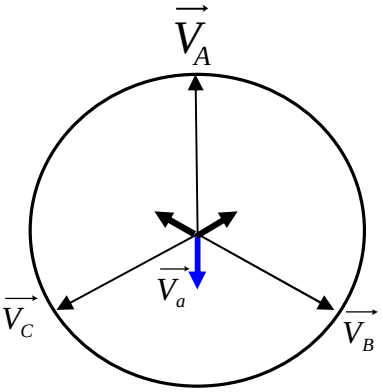


$\overrightarrow{V_A}$ et $\overrightarrow{V_a}$ sont en phase

I = 0 ; Yy_0

v Couplage Yy....



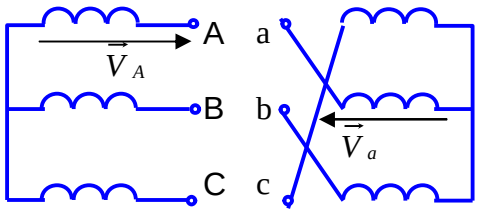


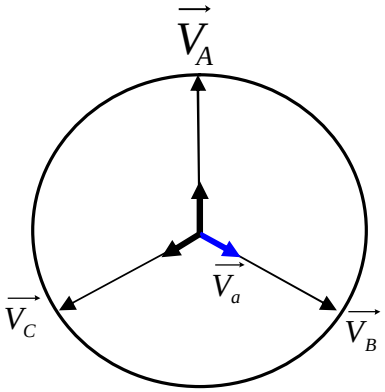
$\overrightarrow{V_A}$ et $\overrightarrow{V_a}$ sont en opposition de phase

I= 6 ; Yy_6

Remarque: Lorsque le fil neutre chance de position de bas vers le haut ou de haut vers le bas (sur le primaire ou le secondaire) **l'indice horaire augmente de 6.**

v Couplage Yy....



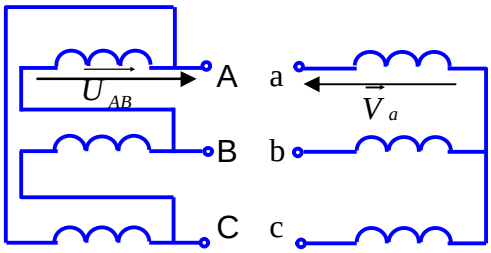


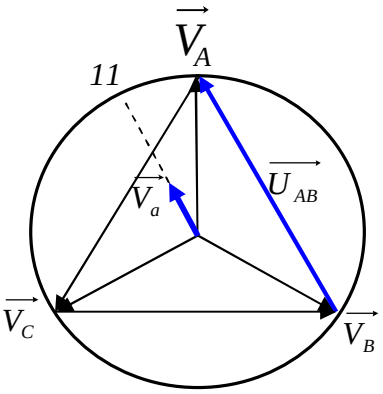
$\overrightarrow{V_a}$ en phase avec $\overrightarrow{V_B}$

I= 4 ; Yy_4

Remarque: Si l'on permute les phases secondaires en respectant l'ordre des successions, l'indice horaire varie de 4.

v Couplage Dy....

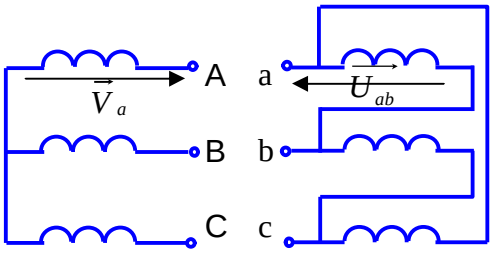


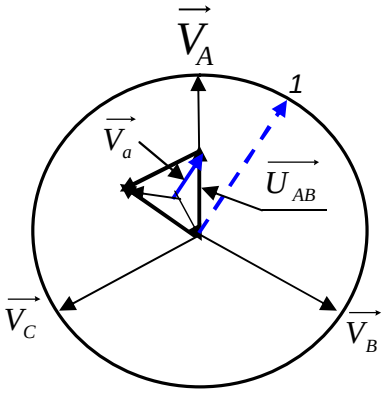


$\overrightarrow{U_{AB}}$ *et* $\overrightarrow{V_a}$ *sont en phase*

I=11 ; Dy_{11}

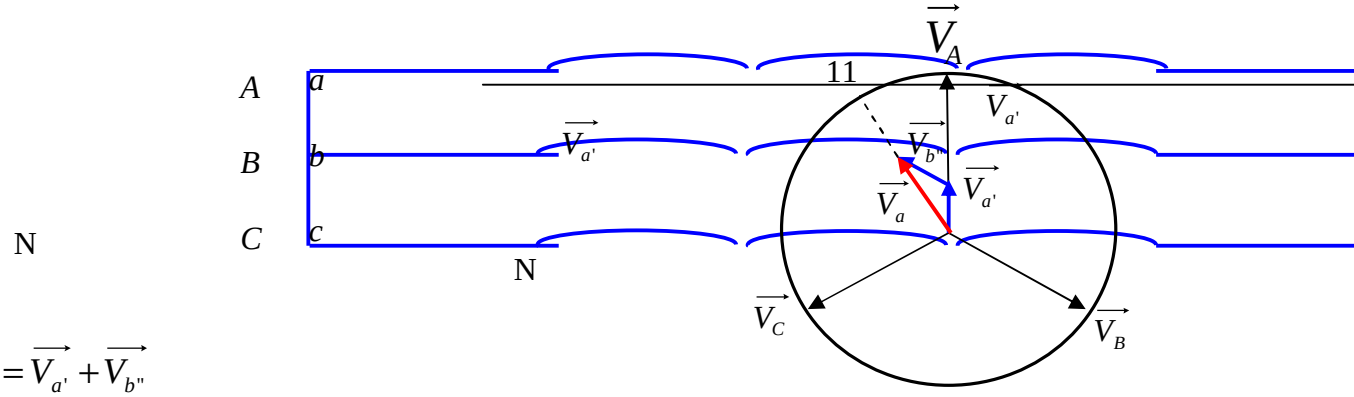
v Couplage Yd....





I = 1 ; Yd_1

v Couplage Yz....



$\overrightarrow{V_a} = \overrightarrow{V_{a'}} + \overrightarrow{V_{b''}}$

$\overrightarrow{V_{a'}}$ *en phase avec* $\overrightarrow{V_A}$

$\overrightarrow{V_{b''}}$ *en opposition de phase avec* $\overrightarrow{V_B}$

I = 11 ; Yz_{11}

Remarques:

1/

- Les indices horaires des couplages Yy et Dd sont:
- Les indices horaires des couplages Yd et Dy sont:

2/ Les couplages les plus utilisés

- Le couplage Dy11 utilisé comme élévateur de tension à la sortie des centrales électriques,

- Le couplage Dy0 utilisé comme abaisseur de tension entre un réseau HT et un réseau MT,

- Le couplage Dyn11 utilisé en distribution lorsque les déséquilibres risquent d'être peu importants,

- Le couplage Dzn11 utilisé en distribution lorsque les déséquilibres peuvent être importants.

3/ Chaque type de transformateur peut posséder plusieurs indices. En effet:

- Si on permute les tensions d'alimentations primaires en **respectant l'ordre de succession des phases** on modifie l'indice horaire de 4 ou de 8.

- Si on inverse le sens des enroulements soit du primaire, soit du secondaire, on modifie l'indice horaire de 6.

4/ Pour coupler deux transformateurs triphasés en parallèle, on doit respecter les mêmes conditions qu'en monophasé tout en assurant l'égalité des indices horaires.